

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Logika *Fuzzy*

Fuzzy adalah cabang dari logika yang menerapkan derajat keanggotaan dalam suatu himpunan sehingga keanggotaan tidak hanya bersifat *true/false*. *Fuzzy* secara bahasa artinya kabur, tidak jelas, tidak pasti, *grey area*. Secara istilah, merupakan bentuk representasi pengetahuan yang cocok untuk kondisi yang bersifat humanis yang tidak dapat diselesaikan secara eksak, akan tetapi disesuaikan dengan konteksnya (Rindengan & Yohanes, 2019).

Logika *fuzzy* dikembangkan oleh Lotfi Asker Zadeh melalui tulisannya pada tahun 1965 tentang teori himpunan *fuzzy*. Zadeh adalah seorang ilmuwan Amerika Serikat berkebangsaan Iran dari Universitas California di Barkeley. Meskipun logika *fuzzy* dikembangkan di Amerika, namun lebih populer dan banyak diaplikasikan secara luas oleh praktisi Jepang dengan mengadaptasikannya ke bidang kendali (control). Saat ini banyak dijual produk elektronik buatan Jepang yang menerapkan prinsip logika *fuzzy*, seperti mesin cuci, AC, dan lain-lain. Logika *fuzzy* yang ditemukan di Amerika malah lebih banyak ditemukan aplikasinya di negara Jepang, salah satu penjelasannya adalah kultur orang Barat yang cenderung memandang suatu persoalan sebagai hitam-putih, ya-tidak, bersalah-tidak bersalah, sukses-gagal, atau yang setara dengan dunia logika biner Aristoteles, sedangkan kultur orang Timur lebih dapat menerima dunia “abu-abu” atau *fuzzy*.

2.2 Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* adalah pengelompokan sesuatu berdasarkan variabel bahasa (linguistik variabel), yang dinyatakan dengan fungsi keanggotaan, dalam semesta U . Keanggotaan suatu nilai pada himpunan dinyatakan dengan derajat keanggotaan yang nilainya antara 0 sampai 1 (Saelan, 2009).

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu pengembangan lebih lanjut tentang konsep himpunan dalam matematika. Himpunan *Fuzzy* adalah rentang nilai yang masing-masing nilai mempunyai derajat keanggotaan (*membership*) antara 0 sampai 1. Jika

dalam logika *Boolean* menggambarkan nilai-nilai “benar” atau “salah”, logika *fuzzy* menggunakan ungkapan misalnya : “sangat lambat”, “agak sedang”, “sangat cepat” dan lain-lain untuk mengungkapkan derajat intensitasnya. (Rindengan & Yohanes, 2019)

Himpunan *fuzzy* memiliki 2 atribut, yaitu:

1. Linguistik, yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti: muda, parobaya, tua.
2. Numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti: 40, 25, 50, dsb.

Beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu:

1. Variabel *Fuzzy*

Merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*, contoh: umur, temperature, permintaan dan sebagainya.

2. Himpunan *Fuzzy*

Merupakan suatu grup yang mewakili kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*, contoh: Variabel umur dibagi menjadi 3 himpunan *fuzzy* muda, parobaya, tua. Variabel suhu yang dibagi menjadi 5 himpunan *fuzzy* dingin, sejuk, normal, hangat, dan panas, dan masih banyak contoh lain nya.

3. Semesta Pembicara

Keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh: Semesta pembicara variabel umur: $[0 + \infty]$

4. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti himpunan *fuzzy* muda $[0, 40]$ artinya seseorang dikatakan muda ketika berumur 0 sampai 40 tahun.

2.3 Fungsi Keanggotaan *Fuzzy*

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya. Sering juga disebut dengan derajat keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1, salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan:

2.3.1 Kurva Linier

Pada kurva, pemetaan input ke derajat keanggotaan digambarkan sebagai suatu garis lurus. Ada 2 keadaan himpunan *fuzzy* yang linier:

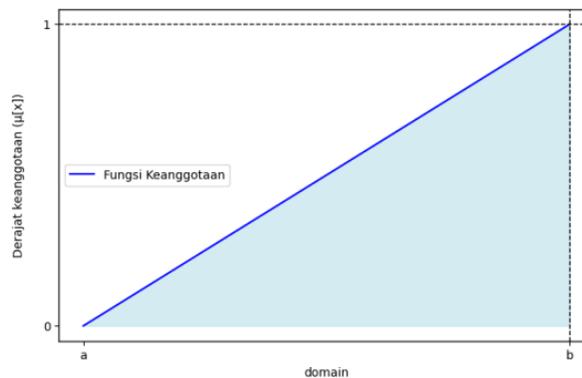
1. Linier Naik

Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.

Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (2.3.1)$$

Persamaan (2.3.1) jika digambarkan kedalam grafik maka diperoleh sebagai berikut:



Gambar 2.3. 1 Kurva Linier Naik

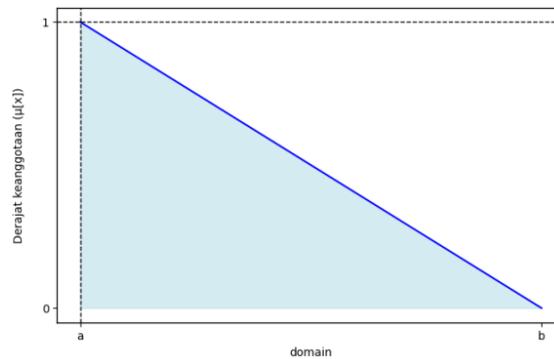
2. Linier Turun

Kurva/garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah.

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \geq b \\ \frac{b-x}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x \leq a \end{cases} \quad (2.3.2)$$

Persamaan (2.3.2) jika digambarkan kedalam grafik maka diperoleh sebagai berikut:



Gambar 2.3. 2 Kurva Linier Turun

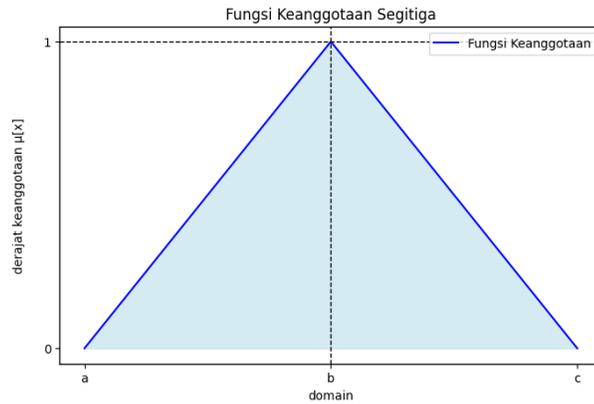
2.3.2 Kurva Segitiga

Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 kurva linear yaitu linear turun dan linear naik. Disebut kurva segitiga karena membentuk bidang segitiga.

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \leq a \cup x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x = b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \end{cases} \quad (2.3.3)$$

Persamaan (2.3.3) jika digambarkan kedalam grafik maka diperoleh sebagai berikut:



Gambar 2.3. 3 Kurva Segitiga

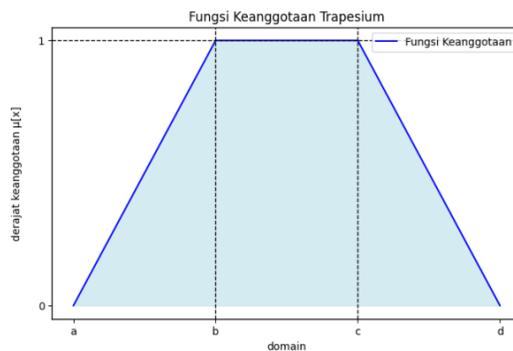
2.3.3 Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1. Membentuk bidang trapesium.

Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \leq a \cup x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d \end{cases} \quad (2.3.4)$$

Persamaan (2.3.4) jika digambarkan kedalam grafik maka diperoleh sebagai berikut:



Gambar 2.3. 4 Kurva Trapesium

2.3.4 Kurva Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: tidak memuaskan bergerak ke cukup memuaskan bergerak ke memuaskan dan bergerak ke

sangat memuaskan). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi sangat memuaskan, kenaikan kepuasan tetap berada pada kondisi sangat memuaskan. Himpunan *fuzzy* ‘bahu’, (bukan segitiga), digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah *fuzzy*. Bahu kiri bergerak dari cukup memuaskan ke tidak memuaskan, demikian juga bahu kanan bergerak dari memuaskan ke sangat memuaskan.

Fungsi keanggotaan:

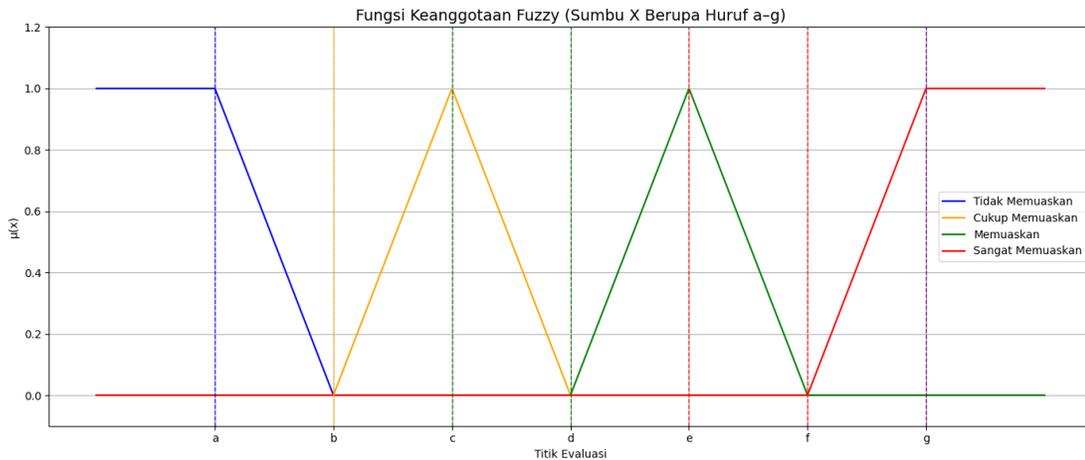
$$\mu_{tidak\ memuaskan}[x] = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ \frac{b-x}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (2.3.5)$$

$$\mu_{cukup\ memuaskan}[x] = \begin{cases} 0, & x \leq b \text{ atau } x \geq d \\ \frac{x-b}{c-b}, & b < x < c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x < d \end{cases} \quad (2.3.6)$$

$$\mu_{memuaskan}[x] = \begin{cases} 0, & x \leq d \text{ atau } x \geq f \\ \frac{x-d}{e-d}, & d < x < e \\ \frac{f-x}{f-e}, & e \leq x < f \end{cases} \quad (2.3.7)$$

$$\mu_{sangat\ memuaskan}[x] = \begin{cases} 0, & x \leq f \\ \frac{x-f}{g-f}, & f < x < g \\ 1, & x \geq g \end{cases} \quad (2.3.8)$$

Persamaan (2.3.5), (2.3.6), (2.3.7), (2.3.8) jika digambarkan ke dalam grafik maka diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 2.3. 5 Kurva Bahu

2.4 Operator Dasar *Fuzzy Set*

Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasikan dan memodifikasi himpunan *fuzzy*. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari 2 operasi himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau *a – predikat*. Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh disebut operasi dasar zadeh yaitu:

2.4.1 Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan, *a – predikat* sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y]) \quad (2.4.1)$$

2.4.2 Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan *a – predikat* sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y]) \quad (2.4.2)$$

2.4.3 Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan a – *predikat* sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1. Dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A[x] \quad (2.4.3)$$

2.5 Logika Fuzzy dengan Metode Mamdani

Metode Mamdani sering juga dikenal dengan Metode *Max-Min*. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Untuk mendapatkan output, diperlukan 4 tahapan:

1. Pembentukan Himpunan *Fuzzy*

Tahap pertama dari prosedur Metode *Fuzzy* Mamdani adalah menentukan variabel *fuzzy* dan himpunan *fuzzy*. Kemudian tentukan derajat kesepadanan (*degree of match*) antara data masukan *fuzzy* dengan himpunan *fuzzy* yang telah didefinisikan untuk setiap variabel masukan sistem dari setiap aturan *fuzzy*. Pada metode Mamdani, baik variabel input maupun variabel output dibagi menjadi satu atau lebih himpunan *fuzzy*.

2. Aplikasi Fungsi Implikasi

Tahap kedua dari prosedur Metode *fuzzy* Mamdani adalah penerapan fungsi implikasi. Fungsi implikasi merupakan struktur logika yang terdiri atas kumpulan premis dan satu konklusinya. Bentuk dari fungsi implikasi ini adalah dengan pernyataan *IF x is A THEN y is B*, dengan x dan y adalah scalar, serta A dan B adalah himpunan *fuzzy*. Dalam istilah logika *fuzzy* ini dapat diperluas dengan menggunakan penghubung *fuzzy* AND (interaksi). (Ummah, 2019).

Proposisi yang mengikuti IF disebut sebagai anteseden, sedangkan proposisi yang mengikuti THEN disebut sebagai konsekuen. Proposisi ini dapat diperluas dengan menggunakan operator *fuzzy*, seperti:

$$IF (x_1 \text{ is } a_1) \bullet (x_2 \text{ is } a_2) \bullet (x_3 \text{ is } a_3) \dots \bullet (x_n \text{ is } a_n) THEN y \text{ is } b$$

Dengan \bullet adalah operator misal: OR atau AND

3. Komposisi Aturan

Tahap ketiga dari prosedur metode *fuzzy* Mamdani adalah komposisi aturan tidak seperti penalaran monoton, apabila sistem terdiri dari beberapa aturan, maka inferensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan. Ada metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem *fuzzy*, yaitu metode Max (*Maximum*) Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah *fuzzy*, dan mengaplikasikannya ke output dengan menggunakan operator OR (union). Jika semua proposisi telah dievaluasi, maka output akan berisi suatu himpunan *fuzzy* yang merefleksikan kontribusi dari tiap-tiap proposisi. Secara umum dapat dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] = \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i]) \quad (2.4.1)$$

Dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-i

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen *fuzzy* aturan ke-i

Apabila digunakan fungsi implikasi *min*, maka metode komposisi ini sering disebut dengan *Max-Min* atau Mamdani.

4. Penegasan (*Defuzzifikasi*)

Tahap terakhir dari Metode *fuzzy* Mamdani adalah proses *defuzzifikasi*. *Defuzzifikasi* dipergunakan dipergunakan untuk menafsirkan nilai keanggotaan *fuzzy* menjadi keputusan tertentu atau bilangan *real*. Input dari proses *defuzzifikasi* adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan *fuzzy*, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy* tersebut. Jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam range tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai crisp tertentu sebagai output. Ada beberapa metode *defuzzifikasi* pada komposisi aturan Mamdani, salah satu yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Metode Centroid (*center of gravity*)

Pada metode ini, solusi nilai tegas diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (z^*) daerah *fuzzy*.

Secara umum dirumuskan:

$$z^* = \frac{\int_z^z z\mu(z)dz}{\int_z^z \mu(z)dz} \quad (2.4.3)$$

2.6 Uji Validitas Dan Reabilitas

- a. Uji validitas adalah proses untuk menilai sejauh mana suatu alat ukur atau instrument benar-benar mengukur yang seharusnya diukur dalam sebuah penelitian. Ini penting agar hasil penelitian bisa dipercaya dan relevan dengan tujuan yang ingin dicapai.

Langkah-langkah uji validitas menggunakan spss:

1. Buka aplikasi SPSS. Silahkan atur format yang ada di variabel *view*. Sesuaikan dengan kriteria data
2. Selanjutnya, akan mencari nilai R statistik/R hitung. Caranya klik *analyze > correlate > bivariate*. Maka akan muncul kotak dialog.
3. Lalu, pindahkan semua item variabel ke kotak *variables*. Pada *Correlation Coefficients* beri centang pada *Pearson*. Dibawahnya centang *Two-Tailed* dan juga centang *Flag Significant Correlation*. Lalu, klik ok.
4. Maka muncul hasilnya. Perhatikan pada kolom *Correlations*. Nilai yang akan di uji adalah nilai pada kolom paling bawah bagian X1 total yaitu *Pearson Correlation*.

Data dikatakan valid apabila tingkat signifikansi data $< 0,05$ maka alat ukur yang digunakan valid.

- b. Uji reabilitas adalah proses untuk menilai konsistensi suatu intrumen penelitian apakah alat ukur tersebut memberikan hasil yang stabil dan dapat dipercaya ketika digunakan berulang kali dalm kondisi serupa.

Langkah-langkah uji reabilitas menggunakan spss:

1. Kumpulkan data dari responden yang telah mengisi kuisioner
2. Klik menu *Analyze > Scale > Reliability Analysis*.
3. Masukkan semua item kuisioner yang ingin diuji ke dalam kotak "*Items*".
4. Pada bagian "*Model*", pastikan memilih Alpha (*default*).

5. Klik *Statistics* dan centang opsi berikut: *Item*, *Scale*, dan *Scale if item deleted*.
Klik *Continue* untuk kembali ke jendela utama.
 6. Klik OK untuk menjalankan analisis
 7. Interpretasi Hasil
- Data dianggap *reliabel*. Jika nilai Cronbach's alpha di atas 0,6.

2.7 Rata-rata Tertimbang (*Weight Avarange*)

Rata-rata tertimbang adalah metode perhitungan rata-rata yang memberikan bobot berbeda pada setiap nilai dalam suatu himpunan data, sehingga nilai-nilai yang memiliki bobot lebih tinggi akan memberikan pengaruh lebih besar pada hasil akhir rata-rata. Rata-rata tertimbang adalah suatu ukuran pemusatan data yang memperhitungkan frekuensi atau bobot dari masing-masing nilai data. Rata-rata ini sangat berguna apabila data yang digunakan memiliki kontribusi atau pengaruh yang berbeda-beda terhadap hasil keseluruhan.

Secara *matematis*, rumus rata-rata tertimbang dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{rata - rata tertimbang} = \frac{\sum(\text{nilai}_i * \text{bobot}_i)}{\sum \text{bobot}_i} \quad (2.7.1)$$

2.8 Normalisasi Min-Max Scaling

Dalam pengolahan data kuantitatif, khususnya pada penelitian sosial atau pendidikan, sering digunakan skala Likert untuk mengukur persepsi atau responden terhadap suatu pernyataan. Skala Likert biasanya memiliki rentang tertentu, seperti 1 sampai 4 atau 1 sampai 5. Namun, untuk kepentingan analisis lebih lanjut dan agar mudah dipahami atau dibandingkan, data dari skala tersebut sering diubah ke bentuk skala persentase (0-100). Proses ini dikenal sebagai normalisasi data. Salah satu metode yang umum digunakan adalah normalisasi min-max, yaitu teknik penskalaan ulang data numerik dari skala tertentu ke skala yang diinginkan. Normalisasi min-max adalah metode transformasi linier yang memetakan nilai asli ke rentang baru berdasarkan nilai minimum dan maksimum dari skala asal.

Rumus normalisasi min-max secara umum dituliskan sebagai berikut:

$$x_{baru} = \frac{(x - x_{min})}{(x_{max} - x_{min})} \times 100 \quad (2.8.1)$$