

SKRIPSI

PENERAPAN METODE RUNGE KUTTA ORDE 4 PADA PEMODELAN DINAMIKA MEROKOK



Oleh:

**DAYANG MANIS
19190003**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
UNIVERSITAS DHARMA ANDALAS
2023**

SKRIPSI

PENERAPAN METODE RUNGE KUTTA ORDE 4 PADA PEMODELAN DINAMIKA MEROKOK

**Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar Sarjana
Sains Pada Program Studi Matematika Universitas Dharma Andalas**



Oleh:

**DAYANG MANIS
19190003**

**PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
UNIVERSITAS DHARMA ANDALAS
2023**

TANDA PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini Pembimbing Skripsi Program Studi Sastra Satu (S1)

Matematika Universitas Dharma Andalas Padang menyatakan bahwa :

Nama : Dayang Manis

No. Bp : 19190003

Prodi : S1 Matematika

Judul skripsi : Penerapan Metode Runge Kutta Orde 4 Pada Pemodelan
Dinamika Merokok

Telah diuji pada ujian komprehensif sesuai dengan prosedur, ketentuan dan
kelaziman yang berlaku.

Pembimbing I

Maya Sari Svahrul, S.Si, M.Si
NIDN. 1030128301

Pembimbing II

Rosi Ramayanti, S.Si, M.Si
NIDN. 1014039201

Mengetahui

Ketua Prodi S1 Matematika



Dr.Eng.Ir.Budi Rahmadya,M.Eng
NIDN. 0010046705

HALAMAN PENGESAHAN

PENERAPAN METODE RUNGE KUTTA ORDE 4 PADA PEMODELAN DINAMIKA MEROKOK

SKRIPSI

Diajukan untuk melengkapi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains

Oleh:

Dayang Manis
19190003

Padang, September 2023

Pembimbing I

Maya Sari Syahrul, S.Si, M.Si
NIDN. 1030128301

Pembimbing II

Rosi Ramavanti, S.Si, M.Si
NIDN. 1014039201

Mengetahui

Ketua Prodi SI Matematika



Dr.Eng.Ir.Budi Rahmadya,M.Eng
NIDN. 0010046705

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Dayang Manis

No.Bp : 19190003

Prodi : S1 Matematika

Menyatakan bahwa skripsi dengan judul "**PENERAPAN METODE RUNGE KUTTA ORDE 4 PADA PEMODELAN DINAMIKA MEROKOK**"

benar-benar hasil karya saya sendiri, bukan penjelasan dari karya orang lain. Jika terdapat pendapat atau temuan orang lain dalam skripsi ini telah saya kutip dan saya rujuk serta dinyatakan dengan benar berdasarkan kode etika ilmiah dalam daftar pustaka.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi saya hasil dari plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi berupa pencabutan gelar akademik yang saya peroleh terkait skripsi ini.

Padang, September 2023



Dayang Manis
19190003

HALAMAN PERNYATAAN PUBLIKASI

Saya Yang Bertanda Tangan Dibawah Ini

Nama : Dayang Manis

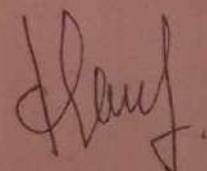
No.Bp : 19190003

Judul skripsi : Penerapan Metode Runge Kutta Orde 4 Pada Pemodelan
Dinamika Merokok

Memberikan izin kepada Pembimbing dan Universitas Dharma Andalas untuk mempublikasikan hasil penelitian saya untuk kepentingan akademik apabila dalam waktu 1 (satu) tahun tidak mempublikasikan karya penelitian saya.

Dalam kasus ini saya setuju untuk menempatkan pembimbing sebagai penulis korespondensi. Demikian pernyataan ini saya buat dalam keadaan sadar dan tanpa ada paksaan dari siapapun.

Padang, September 2023



Dayang Manis
19190003

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Nama : Dayang Manis

Nim 19190003

Tempat/Tanggal Lahir : Parit Malintang/ 15 Agustus 1998

Jenis Kelamin : Perempuan

Agama : Islam

No.Telp/Hp 083180345900

Email : Dayangmanis15@gmail.com

Alamat : Jl.Sunda Kel. Sawahan Timur, Kecematan Padang Timur
Kota Padang

PENDIDIKAN FORMAL

Tahun 2019 – 2023 : Universitas Dharma Andalas

Tahun 2014 – 2017 : SMAN 1 Enam Lingkung

Tahun 2011 – 2014 : MTsN Sintuk Toboh Gadang

Tahun 2009 – 2011 : SDN 10 Sintuk Toboh Gadang

Tahun 2005 – 2009 : SDN 17 Enam Lingkung

PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

“Allah mengangkat derajat orang-orang yang beriman diantara kalian serta orang-orang yang menuntut ilmu beberapa derajat”

(Q.S Al-Mujadilah ayat : 11)

Ibunda dan Ayahanda tercinta

Secuil kebahagian ingin ku persembahkan teristimewa untuk kedua orang tua tercinta. Kepada Ayah (Alm M.Jihar) dan Ummy (Wardias) yang selalu mengiringi dan kasih sayang yang tulus.

Kakak-kakak tersayang dan teman-teman yang membersamai

Sebagai tanda terima kasih, aku persembahkan karya kecil ini untuk uni julaini, utiah jaminar, uni nurhamin, kak nurheka yang telah memberikan semangat, inspirasi, doa dan dukungan dalam menyelesaikan skripsi ini. Teman-teman seperjuangan didalam kampus terutama mtk cihuy, teman satu organisas kampus, dan teman-teman diluar kampus yang telah meluangkan waktunya untuk mengisi kuesioner penelitian skripsi ini. Terima kasih

Dosen pembimbing tugas akhir

Ibu Maya Sari Syahrul, S.Si, M.Si,Dan Ibu Rosi Ramayanti, S.Si, M .Si selaku dosen pembimbing skripsi saya, terima kasih banyak ibu sudah membantu saya selama ini, sudah diajari, sudah dinasehati dan mengarahkan saya sampai skripsi ini selesai.

Tanpa mereka, karya ini tidak akan pernah tercipta.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT karna berkat rahmat dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi pada Pogram Studi S-1 pada jurusan Matematika Universitas Dharma Andalas. Adapun judul skripsi dalam penelitian ini adalah penerapan Metode Runge Kutta Orde 4 Pada Pemodelan Dinamika Merokok.

Skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan lancar berkat kerjasama, bantuan dan dukungan dari banyak pihak. Sehubungan dengan hal itu, penulis bermaksud menyampaikan ucapan terimakasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Eng. Budi Rahmadya, M. Eng selaku Kaprodi S1 jurusan Matematika yang memberikan motivasi dan kemudahan pengurusan persyaratan-persyaratan selama penulis menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Maya Sari Syahrul, S.Si, M.Si dan Ibu Rosi Ramayanti, S.Si, M.Si selaku dosen Pembimbing yang senantiasa meluangkan waktunya guna memberikan dukungan, motivasi, arahan, nasehat dan saran yang bermanfaat dalam penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Nurweni Putri, S.Si, M.Si dan Ibu Iswan Rina, S.Si, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan berupa kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan Skripsi ini.
4. Bapak dan Ibu dosen dalam lingkungan Universitas Dharma Andalas yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
5. Kedua orang tua, Ayahanda (M. Jihar Alm) dan Ummi (Wardias) Saudara (Julaini, Jaminar, Nurhamin dan Nurheka) yang telah banyak berkorban dan

memberikan dukungan penuh dan doa yang tulus sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

6. Rekan-rekan seperjuangan yang telah banyak membantu mulai dari penelitian sampai tersusunnya skripsi ini terkhusus (Cihuy 19) dan semua pihak yang memberikan dukungan dalam menelesaikan tugas akhir ini tidak bisa penulis tuliskan semua.

Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan, serta dapat menjadi dasar untuk penelitian selanjutnya.

Padang, September 2023



Penulis
Dayang Manis
1919 0003

ABSRAK

Dinamika merokok adalah sebuah permasalahan yang telah menyita perhatian dunia baik dalam masalah kesehatan maupun kehidupan sosial. Dalam pemodelan laju perubahan dinamika merokok terdapat empat populasi yang saling mempengaruhi, yaitu potensial perokok (P), perokok ringan (S), perokok berat (T) dan perokok yang telah behenti merokok (Q). Diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu F_0 yang menggambarkan titik bebas perokok, dan F_1 yang menggambarkan titik tidak bebas perokok. Hasil simulasi numerik pada model menunjukkan bahwa tidak adanya interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S) mengakibatkan laju perubahan populasi perokok ringan (S) menurun. Sedangkan adanya interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S) mengakibatkan laju perubahan populasi perokok ringan (S) meningkat. Sehingga untuk membatasi pertumbuhan jumlah perokok ringan maka perlu upaya membatasi interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S).

Kata Kunci: *Dinamika Merokok, Model Matematika, Titik Kesetimbangan, Kestabilan, Nilai Eigen, Metode Numerik, Runge Kutta orde 4*

ABSTRACT

The dynamics of smoking is a problem that has seized the world's attention both in terms of health and social life. In modeling the rate of change of smoking dynamics, there are four populations that influence each other, namely potential smokers (P), light smokers (S), heavy smokers (T) and smokers who have stopped smoking (Q). Two equilibrium points are obtained, namely, F_0 which describes the point where smokers are free, and F_1 which describes the point where smokers are not free. The results of numerical simulations on the model show that there is no interaction between the potential smoker population (P) and the light smoker population (S) causing the rate of change of the light smoker population (S) to decrease. Meanwhile, the interaction between the potential smoker population (P) and the light smoker population (S) resulted in an increase in the rate of change in the light smoker population (S). So to limit the growth in the number of light smokers, it is necessary to limit the interaction between the potential smoker population (P) and the light smoker population (S).

Keywords: *Smoking Dynamics, Mathematical Models, Equilibrium Points, Stability, Eigenvalues, Numerical Methods, Runge-Kutta 4th Order*

DAFTAR ISI

DAFTAR RIWAYAT HIDUP	i
PERSEMBAHAN	ii
KATA PENGANTAR	iii
ABSRAK	v
ABSTRACT	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Batasan Masalah.....	4
1.5 Sistematika Penulisan	4
BAB II LANDASAN TEORI.....	6
2.1 Persamaan Diferensial	6
2.2 Jenis Persamaan Diferensial	7
2.3 Orde dan Pangkat Persamaan Diferensial	7
2.4 Kelineran	8
2.5 Pemodelan matematika.....	8
2.6 Titik kesetimbangan	9
2.7 Pelinieran.....	10
2.8 Kestabilan.....	11
2.9 Metode numerik Runge kutta orde-4	12
2.10 Dinamika merokok.....	13
BAB III METODE PENELITIAN.....	17
3.1 Jenis Penelitian	17
3.2 Waktu Penelitian	17
3.3 Variabel Penelitian dan Devinisi Operasional Variabel	17
3.4 Prosedur penelitian	18
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	19

4.1 Memformulasi Model real.....	19
4.2 Membuat asumsi	19
4.3 Skema model dinamika merokok	20
4.4 Model matematika.....	20
4.5 Titik kesetimbangan pada populasi perokok	21
4.6 Pelinieran pada titik tetap	25
4.7 Analisis titik kesetimbangan bebas perokok	27
4.8 Analisis titik kesetimbangan tidak bebas perokok	28
4.9 Simulasi numerik model.....	29
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	35
5.1 Kesimpulan.....	35
5.2 Saran.....	36
DAFTAR PUSTAKA	37

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1.1 Langkah-langkah pemodelan matematika	9
Gambar 2.7.1 Diagram alir pokok-pokok analisis numerik	18
Gambar 4.1.1 Skema Model Dinamika Merokok.....	20
Gambar 4.1.2 Grafik laju perubahan populasi potensial perokok (P) tanpa interaksi antara populasi P dan S.....	31
Gambar 4.1.3 Grafik laju perubahan populasi perokok ringan (S) tanpa interaksi antara populasi P dan S	32
Gambar 4.1.4 Grafik laju perubahan populasi perokok berat (T) tanpa interaksi antara populasi P dan S	32
Gambar 4.1.5 Grafik laju perubahan populasi perokok yang berhenti merokok (Q) tanpa interaksi antara populasi P dan S.....	33
Gambar 4.1.6 Grafik laju perubahan populasi potensial perokok (P) ada interaksi antara populasi P dan S	35
Gambar 4.1.7 Grafik laju perubahan populasi perokok ringan (S) ada interaksi antara populasi P dan S	35
Gambar 4.1.8 Grafik laju perubahan populasi perokok berat (T) ada interaksi antara populasi P dan S	36
Gambar 4.1.9 Grafik laju perubahan populasi perokok yang berhenti merokok (Q) tanpa interaksi antara populasi P dan S.....	36

DAFTAR TABEL

Tabel 4.4.1 Deskripsi Variabel Dan Parameter Dinamika Merokok	21
Tabel 4.1.2 Data jumlah populasi.....	29
Tabel 4.1.3 Parameter pada model matematika dinamika merokok.....	30

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Kuesioner Penelitian Dinamika Merokok.	39
Lampiran 2 Persamaan populasi dinamika merokok tidak ada interaksi P dan S	44
Lampiran 3 Persamaan populasi dinamika merokok ada interaksi P dan S	47

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Rokok oleh sebagian orang sudah menjadi kebutuhan hidup yang tidak bisa ditinggalkan dalam kehidupan sehari-hari. Merokok adalah aktivitas membakar tembakau, kemudian menghisap asapnya dan mengeluarkannya kembali melalui mulut. Perilaku merokok ini dilakukan sebagai suatu cara untuk menikmati tembakau. Bahkan, sebagian perokok akhirnya kecanduan atas nikotin. Kecanduan nikotin dapat menyebabkan seorang perokok sulit untuk berhenti dan mengabaikan dampak buruk merokok.

Kebiasaan merokok yang dilakukan oleh sebagian masyarakat dunia memiliki berbagai efek terhadap kehidupan manusia. Baik itu efek terhadap kesehatan ataupun sosial. Efek yang ditimbulkan terhadap kesehatan manusia mulai dari batuk, menyebabkan kanker, serangan jantung, impotensi, gangguan kehamilan dan juga sampai pada kematian. Sedangkan efek terhadap tatanan sosial adalah perilaku merokok mengganggu sebagian orang jika dilakukan di tempat umum yang disebabkan oleh asap yang dikeluarkan oleh rokok.

Perilaku merokok berkembang dalam kehidupan manusia disebabkan oleh interaksi sosial yang terjadi antara perokok dengan orang yang tidak merokok. Banyak di antara orang yang tidak merokok berubah menjadi seorang perokok akibat dari bergaul dengan perokok baik interaksi pergaulan dalam waktu yang lama ataupun waktu yang tidak lama.

Badan kesehatan dunia (WHO) menganggap bahwa rokok telah menjadi masalah kesehatan masyarakat yang penting bagi seluruh dunia sejak satu dekade yang lalu. Saat ini populasi perokok di dunia mencapai 1,1 miliar. Diperkirakan pada tahun 2025 jumlah ini akan meningkat menjadi 1,6 miliar, hal ini disebabkan karena perdagangan rokok yang bebas. Indonesia merupakan salah satu Negara berkembang yang memiliki tingkat produksi dan konsumsi rokok yang tinggi. Menurut Bank dunia yang dikutip DEPKES RI (2002) konsumsi rokok di Indonesia sekitar 6,6% dari konsumsi rokok dunia (Anita dkk, 2022)

Ilmu matematika dalam perkembangannya dapat digunakan untuk mengungkapkan dan mengukur suatu kejadian berbagai penomena yang terjadi di alam ini. Ilmu matematika telah terbukti banyak membantu dalam menyelesaikan permasalahan pengukuran ataupun perhitungan masalah pada fenomena yang terjadi dalam kehidupan manusia. Salah satu cabang matematika yang digunakan dalam mengukur ataupun merepresentasikan sebuah fenomena dalam kehidupan manusia adalah model matematika. Model matematika dapat menjadi solusi dalam berbagai permasalahan, baik permasalahan sosial, ekonomi, kesehatan dan beberapa fenomena kehidupan yang lainnya.

Salah satu fenomena yang penting untuk diukur dalam kehidupan masyarakat adalah dinamika merokok. Permasalahan dinamika merokok menimbulkan banyak masalah dalam kehidupan masyarakat itu sendiri, mulai dari segi kesehatan, ekonomi dan juga sosial. Maka perlu untuk melakukan pengukuran terhadap dinamika merokok dengan menggunakan model matematika. Model matematika dapat merepresentasikan permasalahan dinamika merokok yang memiliki banyak sisi permasalahan baik dari sisi perilaku perokok, hubungan

antara perilaku merokok dan kesehatan yang ditimbulkan ataupun efek sosial yang ditimbulkan oleh perilaku merokok. Sehingga model matematika dibutuhkan untuk menjadi salah satu solusi dalam membatasi masalah dinamika merokok tersebut.

Permasalahan dinamika merokok sebelumnya telah beberapa kali diteliti oleh beberapa pihak, diantaranya adalah jurnal yang ditulis oleh Anggaraini (2014) yang membuat dua model yaitu model interaksi perokok potensial dengan perokok berat dan model interaksi perokok potensial dengan perokok kadang-kadang. Sehingga hasil simulasi dari kedua model dengan menggunakan aplikasi matlab, diperoleh kesimpulan bahwa jumlah sub populasi perokok potensial mengalami penurunan sedangkan jumlah sub populasi perokok dan mantan perokok mengalami peningkatan, sedangkan interaksi dengan perokok berat lebih mempengaruhi orang untuk merokok dari pada interaksi dengan perokok kadang-kadang. Aswan (2018), dilakukan pemodelan dinamika merokok dengan tiga populasi yaitu, potensial perokok, perokok dan perokok yang telah berhenti merokok. Penulis kemudian mengembangkan populasi perokok menjadi perokok ringan dan perokok berat.

Selain penelitian dalam cabang ilmu matematika permasalahan dinamika merokok juga banyak diteliti dalam bidang sosial dan juga kesehatan. Melalui fakta yang ditemukan secara sosial dan juga kesehatan maka fakta-fakta tersebut menarik untuk diimplementasikan ke dalam model matematika. Berdasarkan beberapa hal tersebut diatas, penulis tertarik mengambil penelitian untuk membahas **”Penerapan Metode Runge Kutta Orde 4 Pada Pemodelan Dinamika Merokok”**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah yang diteliti adalah

1. Bagaimana memodelkan pembatasan dinamika merokok?
2. Apakah model yang dibuat sudah stabil?
3. Bagaimana interpretasi dari simulasi numerik yang diperoleh?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian adalah

1. Membuat model matematika dalam pembatasan dinamika merokok
2. Simulasi numerik dari model pembatasan merokok.

1.4 Batasan Masalah

Objek pada penelitian ini diperoleh dengan membagikan kuesioner, dari hasil kuesioner tersebut maka objek dibagi kedalam empat populasi yaitu potensial perokok, perokok ringan, perokok berat dan perokok yang telah berhenti merokok.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika pembahasan merupakan rangkaian urutan dari beberapa uraian penjelasan dalam suatu karya ilmiah. Dalam kaitannya dengan penulisan skripsi ini, kami menyusun sistematika pembahasan sebagai berikut:

1. BAB I Pendahuluan, Berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

2. BAB II landasan teori tentang sistem persamaan diferensial, pemodelan matematika, metode numerik dan dinamika merokok.
3. BAB III Metode penelitian, berisi jenis penelitian, data dan sumber data, variabel dan definisi operasional, dan prosedur penelitian.
4. BAB IV Hasil dan pembahasan, berisi hasil penelitian dan pembahasan
5. BAB V Penutup, berisi kesimpulan dan saran.

BAB II

LANDASAN TEORI

Berikut akan dijelaskan mengenai beberapa teori yang digunakan dalam penelitian ini berkaitan dengan penerapan metode runge kutta orde empat pada pemodelan dinamika merokok.

2.1 Persamaan Diferensial

Definisi 2.1.1 *Turunan fungsi f adalah fungsi f' (dibaca “ f aksen”). Dimisalkan fungsi f terdefinisi dan bernilai tunggal dalam suatu daerah D dimana c suatu titikdi dalam D , maka turunan fungsi $f(c)$:*

$$f'(c) = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \quad (2.1.1)$$

(Purcel, 1999)

Jika ada limit $f(c)$, maka fungsi f mempunyai turunan di c . Turunan $y = f(x)$ terhadap x dapat dinyatakan oleh salah satu simbol berikut:
 $\frac{dy}{dx}$, $D_x(y)$, Dxy , y' , $f'(x)$ atau $\frac{d}{dx}f(x)$, \dot{x}

Definisi 2.1.2 *Persamaan yang menyangkut satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu atau lebih peubah bebas disebut persamaan diferensial* (Pamanjuntak, 1990).

Definisi 2.1.3 *Variabel bebas adalah variabel yang nilainya tidak bergantung pada nilai variabel yang lain, sedangkan variabel terikat adalah variabel yang nilainya bergantung pada nilai variabel lain* (Pamuntjak, 1990)

2.2 Jenis Persamaan Diferensial

Berdasarkan bentuk diferensial yang dikandungnya, persamaan diferensial dibagi menjadi dua macam, yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial, dengan definisi sebagai berikut,

Definisi 2.2.1 *Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang menyangkut satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu atau lebih peubah bebas.*

Definisi 2.2.2 *Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang menyangkut satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu atau lebih peubah bebas* (Pamuntjak, 1990).

2.3 Orde dan Pangkat Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menurut orde (tingkat) dan pangkat (derajat) nya.

Definisi 2.3.1 *Orde (tingkat) suatu persamaan diferensial adalah orde (tingkat) dari turunan yang tedapat pada persamaan itu, yang tingkatnya yang lebih tinggi.* (Pamuntjak, 1990)

Bila suatu pesamaan diferensial bisa berbentuk polinom dalam peubah bebas beserta turunan-turunannya, persamaan diferensial itu dapat dicirikan menurut pangkat (derajat) nya.

Definisi 2.3.2 *Pangkat (derajat) suatu persamaan diferensial biasa yang berbentuk polinom dalam fungsi (peubah tak bebas) beserta turunan-turunannya adalah pangkat (derajat) polinom itu, yakni pangkat tertinggi dari perkalian*

peubah tak bebas beserta turunan-turunannya yang terdapat dalam persamaan diferensial itu. (Pamantjak, 1990)

2.4 Kelineran

Definisi 2.4.1 Persamaan diferensial linear adalah persamaan diferensial yang berpangkat satu dalam peubah dan turunan-turunannya, yaitu persamaan diferensial yang dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$a_n(x) \frac{d^m y}{dx^m} + a_{m-1}(x) \frac{d^{(m-1)}y}{dx^{(m-1)}} + \cdots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = r(x) \quad (2.4.1)$$

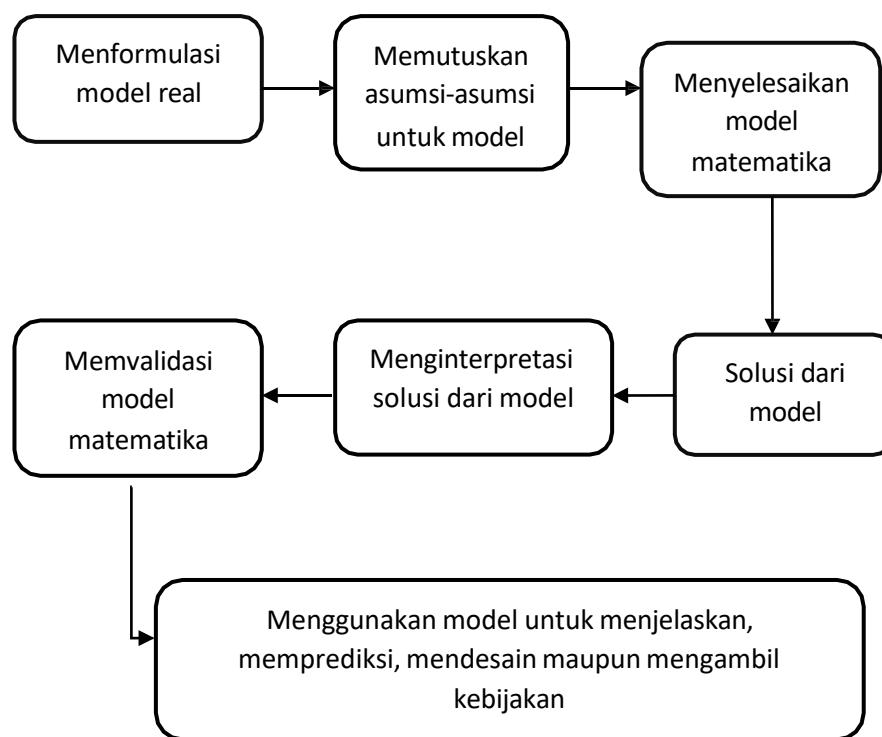
dengan $a_i(x), i = 1, 2, \dots, m$ didefinisikan dan kontinu pada suatu selang I. Jika $\exists x \in I \ni a_1(x) \neq 0$ maka persamaan diatas adalah persamaan linear tingkat m. (Pamuntjak, 1990).

2.5 Pemodelan matematika

Model dan pemodelan telah membantu manusia memahami sistem alam yang kompleks, mulai dari yang mikropik sampai yang makroskopik. Dengan kata lain, model adalah penghubung antara dunia nyata dengan dunia berfikir untuk memecahkan suatu masalah. Proses penjabaran atau merepresentasikan ini disebut sebagai pemodelan yang tidak lain merupakan proses berfikir melalui sesuatu yang logis.

Berbagai proses transformasi atau bentuk model bisa dilakukan didalam proses interpretasi dunia nyata kedalam dunia model. Ada model yang lebih mengembangkan interpretasi verbal (seperti bahasa), ada yang diterjemahkan dalam bahasa simbolik, seperti bahasa matematika sehingga menghasilkan model kuantitatif. Untuk menghubungkan dunia nyata yang dalam persepsi manusia bersifat kualitatif menjadi model yang bersifat kuantitatif diperlukan proses transformasi berupa alat pengukuran dan pengambilan keputusan (Pagay, 2009).

Proses pemodelan matematika adalah suatu fenomena alam yang akan dimodelkan kedalam model matematika perlu diidentifikasi dengan jelas tentang masalah yang terjadi atau hal yang akan dijelaskan pada fenomena tersebut. Hal ini terkait dengan tahapan yang akan dilakukan dalam pemodelan. Tahapan-tahapan utama dalam memodelkan masalah nyata diberikan pada gambar 2.5.1 berikut (Toaha, 2013).



Gambar 2.5.1 Langkah-langkah pemodelan matematika

2.6 Titik kesetimbangan

Definisi 2.6.1 Diberikan sistem persamaan diferensial $\dot{x} = f(x)$. Titik $\hat{x} \in R^n$ disebut titik kesetimbangan dari $\dot{x} = f(x)$. Jika memenuhi $f(\hat{x}) = 0$. Misalkan diberikan suatu sistem otonomus yaitu persamaan differensial berdimensi satu yang variabel bebasnya tidak muncul secara eksplisit.

$$\frac{dx}{dt} = f(x,y)$$

$$\frac{dx}{dt} = g(x, y) \quad (2.6.1)$$

Titik (x^*, y^*) dimana $f(x^*, y^*) = 0, g(x^*, y^*) = 0$ disebut titik kritis pada sistem Persamaan (2.6.1). Titik kritis (x^*, y^*) merupakan solusi sistem Persamaan (2.6.1) yang bernilai konstan sebab $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$. Keadaan yang menyebabkan $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$ disebut dengan keadaan setimbangan dan titik yang memenuhi disebut titik kesetimbangan atau titik tetap.

Titik kesetimbangan dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik penyakit. Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah kesetimbangan saat kelas terinfeksi nol atau saat penyakit tidak menyebar dalam populasi. Titik kesetimbangan endemik penyakit adalah titik saat kelas terinfeksi tidak nol atau saat penyakit menyebar dalam populasi (Yuliani, 2016).

2.7 Pelinieran

Analisis kestabilan sistem persamaan diferensial tak linear dilakukan melalui pelinearan. Untuk mencari hasil pelinearan dari sistem persamaan deferensial tak linear digunakan matriks jacobi.

Definisi 2.7.1 Diberikan fungsi $f(f_1, \dots, f_n)$ pada sistem $\dot{x} = f(x)$ dengan $f_i \in C(E), i = 1, 2, \dots, n$.

$$Matrik J(f(\bar{x})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\bar{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\bar{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\bar{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\bar{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\bar{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\bar{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.7.1)$$

dinamakan matriks jacobian dari titik \bar{x} .

Definisi 2.7.2 Sistem linear $\dot{x} = J(f(\bar{x}))(x - \bar{x})$ disebut linearisasi sistem nonlinear $\dot{x} = f(x)$ disekitar titik \bar{x} (Perco, 1991).

2.8 Kestabilan

Titik kesetimbangan dikatakan stabil jika untuk sebarang syarat awal yang cukup dekat dengan titik equilibrium maka trayektori (kurva yang memotong tegak lurus kurva-kurva tersebut) dari penyelesaian tetap dekat dengan penyelesaian di titik equilibriumnya.

Kestabilan suatu titik equilibrium dapat diperiksa dari akar karakteristik atau nilai eigen dengan menyelesaikan $|\lambda I - A| = 0$ dimana A merupakan matriks dari sistem persamaan diferensial yang linear dan berukuran $n \times n$.

Beberapa sifat stabilitas titik equilibrium berdasarkan tanda bagian real pada nilai eigen dibagi menjadi 3 yaitu:

1. Stabil

Titik kesetimbangan dikatakan stabil jika dan hanya jika akar karakteristiknya (nilai eigen) adalah real negatif atau mempunyai bagian real tak positif.

2. Stabil asimtotik

Titik equilibrium dikatakan stabil asimtotik jika hanya jika akar karakteristik (nilai eigen) adalah real dan negatif atau mempunyai bagian real negatif.

Asimtotik terbagi menjadi dua yaitu asimtotik lokal dan asimtotik global.

Kestabilan asimtotik lokal merupakan kestabilan dari sistem linear atau kestabilan dari linearisasi sistem tak linear. Kestabilan lokal pada titik equilibrium ditentukan oleh tanda bagian real dari akar karakteristik sistem dari matriks Jacobian yang dihitung di sekitar titik equilibrium. Sedangkan titik equilibrium dikatakan stabil asimtotik global jika sebarang nilai awal yang diberikan, maka

setiap solusi pada sistem persamaan diferensial dengan sampai tak terhingga menuju titik equilibrium

3. Tidak stabil

Titik setimbang dikatakan stabil jika hanya jika (nilai eigen) adalah real dan positif atau mempunyai paling sedikit satu nilai eigen dengan bagian real positif.

2.9 Metode numerik Runge kutta orde-4

Metode numerik adalah suatu teknik penyelesaian yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan/aritmatik dan dilakukan secara berulang-ulang dengan bantuan computer atau secara manual. Untuk menyelesaikan persamaan diferensial secara numerik dapat menggunakan beberapa metode runge kutta.

Metode runge kutta merupakan alternatif yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan fungsi. Bentuk umum dari metode runge kutta orde-n yaitu;

$$y_{i+1} = y_i + a_1 k_1 + a_2 k_2 + \cdots + a_n k_n \quad (2.9.1)$$

dengan a adalah konstanta dan

$$k_1 = hf(t_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(t_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1)$$

$$k_3 = hf(t_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 + q_{22} k_2)$$

:

$$k_n = hf(t_i + p_n - 1 h, y_i + q_{n-1}, 1 k_1 + q_{n-1,2} k_2 + \cdots + q_{n-1,n-1} k_{n-1}) \quad (2.9.2)$$

dengan p dan q adalah konstanta. Nilai k menunjukkan hubungan berurutan. Nilai k_1 muncul dalam persamaan untuk menghitung k_2 , yang kedua juga muncul dalam persamaan untuk menghitung k_3 dan seterusnya. Hubungan berurutan ini

membuat metode runge kutta menjadi efisien untuk hitungan komputer (Wijayanti, 2011).

Metode runge kutta yang sering digunakan adalah metode runge kutta orde 4 karena tingkat ketelitian solusinya tinggi dibandingkan metode runge kutta sebelumnya. Bentuk umum metode runge kutta orde 4 yaitu:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.9.3)$$

dengan,

$$k_1 = hf(t_i, y_i),$$

$$k_2 = hf\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1\right),$$

$$k_3 = hf\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2\right),$$

$$k_4 = hf(t_i + h, y_i + k_3)$$

2.10 Dinamika merokok

Sudah sejak lama perilaku menghisap tembakau dikenal. Suku bangsa indian di amerika merupakan yang pertama menghisap tembakau dengan pipa besar dalam keperluan ritual mereka, sehingga bangsa Eropa pun mengikuti kebiasaan menghisap rokok. Bangsa Eropa menghisap rokok demi kesenangan semata, bukan untuk keperluan ritual seperti bangsa Indian. Begitu pula Negara kita di Indonesia, merokok sudah menjadi budaya yang melekat pada aktivitas sehari-hari terutama pada kalangan orang dewasa (Kumboyono, 2011).

Pada abad ke-19, rokok dikenal di wilayah Indonesia. Rokok yang terkenal (biasanya di isap) ialah rokok kretek, memakai bahan baku tembakau serta cengkeh, yang dibungkus dengan daun jagung. Kemudian perilaku merokok berkembang luas, sehingga industri rokok bermunculan hingga saat ini. Perilaku

merokok tidak menular akan tetapi sulit dihentikan sebab rokok adalah salah satu zat adiktif yang dapat memunculkan ketergantungan. Rokok mengandung sebanyak 4.000 zat berbahan kimia (Krispiana, 2015).

Diantara banyaknya zat kimia, terdapat beberapa komponen utama pengancam kesehatan perokok aktif dan pasif, yaitu karbon monoksida (CO), nikotin dan tar. Karbon monoksida (CO) merupakan gas beracun yang dapat mengurangi pengikatan oksigen dalam darah dan menimbulkan kematian jika kandungan di dalam badan 60% lebih. Nikotin yang terdapat pada heroin, kokain, ganja, serta amfetamin, bisa mempengaruhi otak serta jadi sebab utama rasa ketagihan dan meningkatkan resiko serangan jantung maupun stroke. Tar mengandung kurang lebih 43 bahan kimia, kita ketahui jadi penyebab kanker karsinogen (Rochadi, 2014).

Berbagai komponen yang ada pada rokok menimbulkan bermacam penyakit seperti penyakit pada jantung, kanker, enfisema, impotensi, bronkitisiikronik, serta ganguan kehamilan (Penjelasan PP RI No. 19 Tahun 2003 perihal pengamanan rokok bagi kesehatan). Mengkomsumsi rokok bisa menyebabkan elergi serta turunnya daya tahan tubuh, perubahan genetik, diabetes melitus, ganguan kromosom yang menghambat perbaikan DNA yang merusak dan sistem enzim yang terganggu. Para ahli menghubungkan kebiasaan merokok dengan osteoporosis dan katarak mata. Perokok aktif maupun pasif akan merasakan dampak buruk ini pada kurun waktu 20-25 tahun sejak awal dia merokok.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan pada penulisan tugas akhir ini adalah kualitatif yang memodelkan model matematika dinamika merokok.

3.2 Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan mulai pada bulan November 2022 – Januari 2023

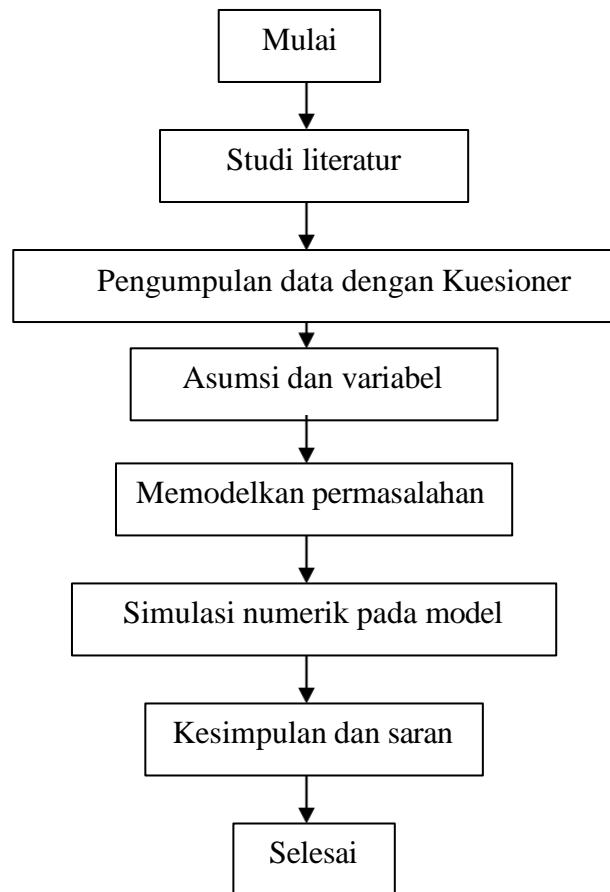
3.3 Variabel Penelitian dan Devinisi Operasional Variabel

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah : Potensial perokok (P), Perokok ringan (S), perokok berat (T), dan Perokok yang berhenti merokok (Q). adapun definisi operasional variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Populasi Potensial perokok (P) yaitu populasi yang beranggotakan orang-orang yang tidak pernah merokok.
2. Populasi Perokok (S) yaitu populasi yang beranggotakan orang-orang yang melakukan aktifitas merokok perokok ringan .
3. Populasi Perokok (T) yaitu populasi yang beranggotakan orang-orang yang melakukan aktifitas merokok perokok berat
4. Populasi Perokok yang berhenti merokok (Q) yaitu populasi yang beranggotakan orang-orang yang telah berhenti merokok.

3.4 Prosedur penelitian

Pada tahap ini disusun diagram alur pada Gambar 3.4.1 sebagai langkah-langkah yang dilakukan untuk mencapai tujuan dari penelitian.



Gambar 3.4.1 Prosedur Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Memformulasikan Model real

Fakta-fakta yang terjadi pada permasalahan dinamika merokok:

- a. Terdapat empat populasi yang umum pada dinamika merokok yaitu populasi potensial perokok (P), populasi perokok ringan (S), populasi perokok berat (T), dan populasi perokok yang telah berhenti merokok (Q).
- b. Jumlah perokok ringan dan perokok berat bertambah karena adanya interaksi antara keempat populasi.

4.2 Membuat asumsi

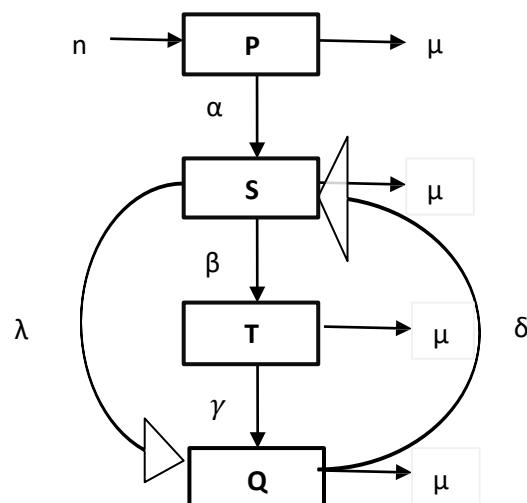
Asumsi yang dapat dibuat berdasarkan fakta-fakta tentang masalah dinamika merokok adalah sebagai berikut:

- a. Populasi dibedakan menjadi empat populasi yaitu populasi potensial perokok (P), populasi perokok ringan (S), populasi perokok berat (T), dan populasi perokok yang telah berhenti merokok (Q).
- b. Populasi potensial perokok (P) bertambah dengan kelahiran (n), dimana n adalah setiap individu yang pada tempat tinggalnya terdapat populasi perokok ringan dan tersedia rokok.
- c. Setiap populasi berkurang dengan kematian alami (μ).
- d. Interaksi antara populasi potensial perokok (P) dan populasi perokok ringan (S) menyebabkan pertambahan jumlah populasi perokok ringan (S).

- e. Interaksi antara populasi perokok ringan (S) dan populasi perokok berat (T) menyebabkan pertambahan jumlah populasi perokok berat (T).
- f. Dalam populasi terjadi perubahan: Populasi potensial perokok (P) menjadi populasi perokok ringan (S), Populasi perokok ringan (S) menjadi populasi perokok berat (T) lalu menjadi populasi perokok yang telah berhenti merokok (Q), Populasi perokok berat (T) menjadi populasi perokok yang telah berhenti merokok (Q), Populasi perokok yang telah berhenti merokok (Q) menjadi populasi perokok ringan (S) dan begitupun sebaliknya.

4.3 Skema model dinamika merokok

Dari asumsi yang telah dibuat maka didapatkan skema model sebagai berikut:



Gambar 4.3.1 Skema Model Dinamika Merokok

4.4 Model matematika

Berdasarkan asumsi dan skema model yang telah dibuat maka diperoleh model matematika dinamika merokok sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = n - (\alpha + \mu)P \quad (4.4.1)$$

$$\frac{dS}{dt} = \alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S$$

$$\frac{dT}{dt} = \beta S - (\gamma + \mu)T$$

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S$$

Selanjutnya diberikan: $\alpha = \frac{kS}{P}$

Tabel 4.4.1 Deskripsi Variabel Dan Parameter Dinamika Merokok

Variabel parameter	Penafsiran
P	Populasi potensial perokok
S	Populasi perokok ringan
T	Populasi perokok berat
Q	Populasi perokok yang telah berhenti merokok
n	Laju kelahiran individu baru yang masuk kedalam populasi potensial perokok.
α	Laju perubahan individu pada populasi potensial merokok yang masuk kedalam populasi perokok ringan karena adanya interaksi antara kedua populasi .
μ	Kematian alami pada semua populasi
λ	Laju perubahan populasi pada populasi perokok ringan yang masuk kedalam populasi perokok berat
β	Laju perubahan individu pada populasi perokok ringan yang masuk kedalam populasi perokok berat
δ	Laju perubahan individu pada populasi perokok berat yang masuk kedalam populasi perokok ringan
γ	Laju perubahan individu pada populasi perokok ringan yang masuk kedalam populasi perokok yang telah berhenti merokok
K	Jumlah kontak antara P dan S.

4.5 Titik kesetimbangan pada populasi perokok

Kestabilan dari populasi perokok dapat ditentukan dengan mencari suatu titik kesetimbangan pada populasi perokok. Dalam menentukan titik kesetimbangan

populasi perokok, terlebih dahulu akan dicari titik kesetimbangan bebas perokok lalu kemudian dicari titik kesetimbangan tidak bebas perokok.

Titik kesetimbangan dapat diperoleh dengan beberapa tahapan dan salah satunya adalah dengan membuat ruas kiri sistem Persamaan (4.4.1) sama dengan nol. Sehingga diperoleh persamaan berikut,

$$n - (\alpha + \mu)P = 0 \quad (4.5.1)$$

$$\alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S = 0$$

$$\beta S - (\gamma + \mu)T = 0$$

$$\gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S = 0$$

a. Titik kesetimbangan bebas perokok

Titik kesetimbangan bebas perokok dapat dinyatakan dalam bentuk,

$$F_0^* = (P^*S^*T^*Q^*) \text{ terjadi jika } S \text{ dan } T = 0$$

Untuk $S, T = 0$ apabila disubtitusikan kedalam Persamaan (4.5.1) dan persamaan (4.4.1) maka diperoleh nilai P^* dan Q^* sebagai berikut:

$$n - (\alpha + \mu)P = 0$$

$$n = (\alpha + \mu)P$$

$$P = \frac{n}{(\alpha + \mu)} \text{ subtitusikan nilai } \alpha$$

$$P = \frac{n}{\left(\frac{kS}{p} + \mu\right)}$$

$$P^* = \frac{n}{\left(\frac{k(0)}{p} + \mu\right)}$$

$$P^* = \frac{n}{\mu}$$

$$\gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S = 0$$

$$\gamma T + \lambda S = (\delta + \mu)Q$$

$$Q = \frac{\gamma(0) + \lambda(0)}{(\delta + \mu)}$$

$$Q^* = 0$$

jadi, titik kesetimbangan bebas perokok adalah $F^* = (P^*S^*T^*Q^*) = \begin{pmatrix} n \\ 0 \\ \mu \end{pmatrix}$

b.Titik kesetimbangan tidak bebas perokok

Titik kesetimbangan tidak bebas perokok dapat dinyatakan dalam bentuk

$F_1^* = (P^*S^*T^*Q^*)$ terjadi jika S dan $T > 0$. Menentukan titik kesetimbangan tidak bebas perokok dilakukan dengan cara melakukan penyederhanaan pada sistem Persamaan 4.41

Langkah pertama menyederhanakan Persamaan 4.4.1

$$n - (\alpha + \mu)P = 0$$

$$n = (\alpha + \mu)P$$

$$P^* = \frac{n}{(\alpha + \mu)}$$

Selanjutnya mencari nilai Q ,

$$\gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S = 0$$

$$\gamma T + \lambda S = (\delta + \mu)Q$$

$$Q = \frac{\gamma T + \lambda S}{(\delta + \mu)}$$

$$\alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S = 0 \quad \text{subtitusi nilai } P \text{ dan } Q$$

$$\alpha \left(\frac{n}{(\alpha + \mu)} \right) - (\beta + \mu)S + \delta \left(\frac{\gamma T + \lambda S}{(\delta + \mu)} \right) - \lambda S = 0$$

$$\alpha \left(\frac{n}{(\alpha + \mu)} \right) + \delta \left(\frac{\gamma T + \lambda S}{(\delta + \mu)} \right) = (\beta + \mu)S + \lambda S$$

$$\begin{aligned}
& \alpha \left(\frac{n}{(\alpha + \mu)} \right) + \delta \left(\frac{\gamma T + \lambda S}{(\delta + \mu)} \right) = \beta S + \mu S + \lambda S \\
& \frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \frac{\delta \gamma T + \delta \lambda S}{\delta^2 + \delta \mu} = \beta S + \mu S + \lambda S \\
& \frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} (\delta^2 + \delta \mu) + \delta \gamma T + \delta \lambda S = (\beta S + \mu S + \lambda S) (\delta^2 + \delta \mu) \\
& \frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T = S(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda) \\
& S^* = \frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \\
& \beta S - (\gamma + \mu)T = 0 \text{ subsitusikan nilai } S \\
& \beta \left(\frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \right) - (\gamma + \mu)T = 0 \\
& \beta \left(\frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \right) = (\gamma + \mu)T \\
& \frac{\frac{\beta \alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \beta \delta \gamma T}{\beta(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} = (\gamma + \mu)T \\
& \frac{\frac{\beta \alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \frac{\alpha^2 + \alpha \mu(\beta \delta \gamma T)}{\alpha^2 + \alpha \mu}}{\beta(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} = (\gamma + \mu)T \\
& \frac{\frac{\alpha(\beta n + \alpha) + \alpha \mu(\beta \delta \gamma T)}{\alpha^2 + \alpha \mu}}{\beta(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} = (\gamma + \mu)T \\
& \frac{\alpha(\beta n + \alpha) + \alpha \mu \delta \gamma T}{\alpha^2 + \alpha \mu} \times \frac{1}{\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda} = (\gamma + \mu)T \\
& \frac{\beta n + \alpha + \alpha \mu \delta \gamma T}{(\alpha + \mu)(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} = (\gamma + \mu)T \\
& T^* = \frac{\beta n + \alpha}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha(\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu(\alpha + \mu)}, \\
& \gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S = 0 \text{ subsitusikan nilai } T \text{ dan } S
\end{aligned}$$

$$\gamma \left(\frac{\beta n + \alpha}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha (\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu (\alpha + \mu)} \right) - (\delta + \mu) Q + \lambda \left(\frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \right) = 0$$

$$\gamma \left(\frac{\beta n + \alpha}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha (\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu (\alpha + \mu)} \right) + \lambda \left(\frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \right) = (\delta + \mu) Q$$

$$Q^* = \frac{\gamma \left(\frac{\beta n + \alpha}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha (\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu (\alpha + \mu)} \right) + \lambda \left(\frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \right)}{(\delta + \mu)}$$

jadi, titik kersetimbangan bebas perokok adalah

$$F_1^* = (T^*) = \begin{pmatrix} P^* \\ S^* \\ \frac{n}{(\alpha + \mu)} \\ \frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \\ \frac{\beta n + \alpha}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha (\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu (\alpha + \mu)} \\ \gamma \left(\frac{\beta n + \alpha}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha (\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu (\alpha + \mu)} \right) + \lambda \left(\frac{\frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha \mu} + \delta \gamma T}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)} \right) \end{pmatrix}$$

4.6 Pelinieran pada titik tetap

Pelinierian titik tetap diperlukan untuk mengetahui kestabilan titik kesetimbangan model. Pelinieran sistem persamaan tersebut menggunakan matriks jacobian (J) yang berorde 4 x 4, karena sesuai dengan persamaan titik kesetimbangan bebas perokok. Sehingga berlaku matriks J sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} & j_{14} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} & j_{24} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} & j_{34} \\ j_{41} & j_{42} & j_{43} & j_{44} \end{bmatrix}$$

adapun persamaan yang akan dilinierisasi adalah sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = n - (\alpha + \mu)P = f_1(t)$$

$$\frac{dS}{dt} = \alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S = f_2(t)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dT}{dt} &= \beta S - (\gamma + \mu)T = f_3(t) \\
\frac{dQ}{dt} &= \gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S = f_4(t) \\
j_{11} &= \frac{f_1(t)}{dP} = \frac{n - (\alpha + \mu)P}{dP} = -\alpha - \mu \\
j_{12} &= \frac{f_1(t)}{dS} = \frac{n - (\alpha + \mu)P}{dS} = 0 \\
j_{13} &= \frac{f_1(t)}{dT} = \frac{n - (\alpha + \mu)P}{dT} = 0 \\
j_{14} &= \frac{f_1(t)}{dQ} = \frac{n - (\alpha + \mu)P}{dQ} = 0 \\
j_{21} &= \frac{f_2(t)}{dP} = \frac{\alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S}{dP} = \alpha \\
j_{22} &= \frac{f_2(t)}{dS} = \frac{\alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S}{dS} = -\beta - \mu - \lambda \\
j_{23} &= \frac{f_2(t)}{dT} = \frac{\alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S}{dT} = 0 \\
j_{24} &= \frac{f_2(t)}{dQ} = \frac{\alpha P - (\beta + \mu)S + \delta Q - \lambda S}{dQ} = \delta \\
j_{31} &= \frac{f_3(t)}{dP} = \frac{\beta S - (\gamma + \mu)T}{dP} = 0 \\
j_{32} &= \frac{f_3(t)}{dS} = \frac{\beta S - (\gamma + \mu)T}{dS} = \beta \\
j_{33} &= \frac{f_3(t)}{dT} = \frac{\beta S - (\gamma + \mu)T}{dT} = -\gamma - \mu \\
j_{34} &= \frac{f_3(t)}{dQ} = \frac{\beta S - (\gamma + \mu)T}{dQ} = 0 \\
j_{41} &= \frac{f_4(t)}{dP} = \frac{\gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S}{dP} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
j_{42} &= \frac{f_4(t)}{dS} = \frac{\gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S}{dS} = \lambda \\
j_{43} &= \frac{f_4(t)}{dT} = \frac{\gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S}{dT} = \gamma \\
j_{44} &= \frac{f_4(t)}{dQ} = \frac{\gamma T - (\delta + \mu)Q + \lambda S}{dQ} = -\delta - \mu
\end{aligned}$$

sehingga matriks jacobian dari sistem persamaan diatas adalah:

$$J(P^*S^*T^*Q^*) = \begin{bmatrix} -\alpha - \mu & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix} \quad (4.6.1)$$

4.7 Analisis titik kesetimbangan bebas perokok

Kestabilan dari sistem terlinierisasi dapat dikaji melalui nilai eigen dari matriks jacobian. Matriks jacobian (4.6.1) disekitar titik kesetimbangan,

$F^* = (P^*S^*T^*Q^*) = \begin{pmatrix} n \\ 0 \\ 0 \\ \mu \end{pmatrix}$ adalah:

$$J_1^* = \begin{bmatrix} -\frac{kS}{P} - \mu & 0 & 0 & 0 \\ \frac{P}{kS} & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{k(0)}{P} - \mu & 0 & 0 & 0 \\ \frac{P}{k(0)} & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix}$$

$$J_1^* = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dapat dicari dengan $\det(\lambda I - J_1^*) = |\lambda I - J_1^*| = 0$,

dengan I: matriks indentitas.

$$\begin{aligned}
 \det(\lambda I - J_1^*) &= \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \lambda + \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\lambda + \mu + \beta & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \lambda + \gamma + \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & \lambda + \delta + \mu \end{bmatrix} \\
 &(\lambda + \mu)[(2\lambda + \beta + \mu)(\lambda + \gamma + \mu)(\lambda + \delta + \mu) - \delta\beta\gamma] = 0 \\
 \lambda_1 &= -\mu, \quad \lambda_2 = \frac{-\beta - \mu}{2}, \quad \lambda_3 = -\gamma - \mu \text{ dan } \lambda_4 = -\delta - \mu \quad . \quad (4.7.1)
 \end{aligned}$$

4.8 Analisis titik kesetimbangan tidak bebas perokok

Kestabilan dari sistem terlinearisasi dapat dikaji melalui nilai eigen dari matriks jacobian. Matriks jacobian (4.6.1) disekitar titik kesetimbangan

$$\begin{aligned}
 F_1^* = \begin{pmatrix} P^* \\ S^* \\ T^* \\ Q^* \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{n}{(\alpha + \mu)}, \\ \frac{\alpha n + \delta \gamma T}{(\alpha^2 + \alpha \mu)} + \delta \gamma T, \\ \frac{\beta n + \alpha}{(\beta + \mu + \lambda - \delta \lambda)}, \\ \frac{\beta n + \alpha}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha (\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu (\alpha + \mu)} + \frac{\alpha n}{\gamma \alpha + \mu^2 + \gamma \mu + \mu \alpha (\beta + \mu + \lambda) - \delta \lambda \gamma - \delta \lambda \mu (\alpha + \mu)} + \delta \gamma T \end{pmatrix} \quad \text{adalah:} \\
 h & \\
 J_1^* &= \begin{bmatrix} -\alpha - \mu & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Persamaan karakteristik dapat dicari dengan Persamaan karakteristik dapat dicari dengan $\det(\lambda I - J_1^*) = |\lambda I - J_1^*| = 0$, dengan I: matriks indentitas.

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - J_1^*) &= \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\alpha - \mu & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\alpha - \mu & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & -\beta - \mu - \lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma - \mu & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & -\delta - \mu \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda + \alpha + \mu & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & \beta + \mu + 2\lambda & 0 & \delta \\ 0 & \beta & \gamma + \mu + \lambda & 0 \\ 0 & \lambda & \gamma & \lambda + \delta + \mu \end{bmatrix} \\ (\lambda + \delta + \mu)[(\lambda + \alpha + \mu)(\beta + \mu + 2\lambda)(\lambda + \alpha + \mu) - 0] &= 0 \\ \lambda_1 = -\delta - \mu, \lambda_2 = -\gamma - \mu, \lambda_3 = \frac{-\beta - \mu}{2} \text{ dan } \lambda_4 = -\alpha - \mu &\quad (4.8.1) \end{aligned}$$

4.9 Simulasi numerik model

a. Penentuan data dan nilai parameter

Adapun data dan nilai parameter yang digunakan pada simulasi numerik model adalah sebagai berikut:

Tabel 4.9.1 Data jumlah populasi

Populasi	Jumlah (orang)
Potensial perokok (P)	77
Perokok ringan (S)	8
Perokok berat (T)	10
Perokok yang telah berhenti merokok (Q)	6

Tabel 4.9.2 Parameter pada model matematika dinamika merokok

Parameter	Nilai	Sumber
n	2	Riadi,dkk (2022)
K	0	Samsir,dkk (2021)
γ	0,05	Samsir,dkk (2021)
δ	1	Riadi,dkk (2022)
μ	0,002	Samsir,dkk (2021)
β	0,06	Riadi,dkk (2022)
λ	0,5	Riadi,dkk (2022)

- b. Simulasi numerik model dimana tidak ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S).

Berikut ini adalah simulasi model kestabilan titik tetap pada saat tidak ada interaksi antara potensial perokok dan perokok ringan. Dengan nilai parameter $n = 2$, $k = 0$, $\gamma = 0,05$, $\mu = 0,002$ dan $\alpha = \frac{kS}{P} = \frac{(0)8}{77} = 0$ sehingga jika disubtitusikan ke sistem persamaan (4.4.1) akan diperoleh seperti berikut ini:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= 2 - 0,002P \\ \frac{dS}{dt} &= (0)P - (0,06 + 0,002)S + (1)Q - (0,5)S \\ \frac{dT}{dt} &= (0,06)S - (0,05 + 0,002)T \\ \frac{dQ}{dt} &= (0,05)T - (1 + 0,002)Q + (0,5)S\end{aligned}\tag{4.9.1}$$

Selanjutnya kestabilan sistem (4.6.1) dapat diselidiki melalui nilai eigen dari matriks jacobinya yang diperoleh dari sistem (4.7.1) yaitu $\lambda_1 = -\mu = -0,002$, $\lambda_2 = \frac{-\beta-\mu}{2} = \frac{-0,06-0,002}{2} = -0,031$, $\lambda_3 = -\gamma - \mu = -0,05 - 0,002 = -0,052$, $\lambda_4 = -\delta - \mu = -1 - 0,002 = -1,002$. Dapat dilihat bahwa seluruh

nilai eigennya merupakan bilangan real negatif maka titik $F^* = (P^*S^*T^*Q^*) = \begin{pmatrix} n \\ 0 \\ \mu \end{pmatrix}$

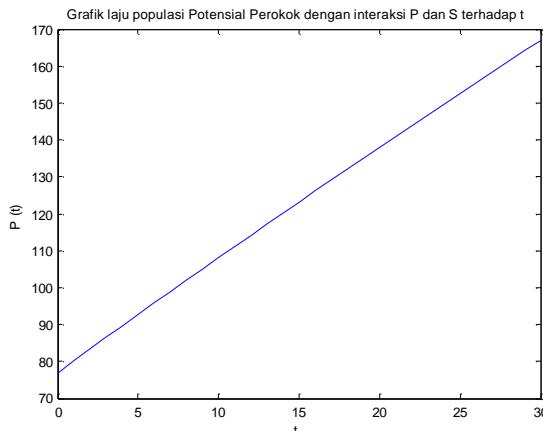
$(0, 0, 0) = (100, 0, 0, 0)$ stabil. Selanjutnya akan diselidiki sistem kestabilan disekitar titik kesetimbangan pada titik,

$$F_1^* = (P^*S^*T^*Q^*) = \begin{pmatrix} \frac{\alpha n}{\alpha^2 + \alpha\mu} + \delta\gamma T \\ \frac{\alpha^2 + \alpha\mu}{(\beta + \mu + \lambda - \delta\lambda)} \\ \frac{\beta n + \alpha}{\gamma\alpha + \mu^2 + \gamma\mu + \mu\alpha(\beta + \mu + \lambda) - \delta\lambda\gamma - \delta\lambda\mu(\alpha + \mu)} \end{pmatrix} =$$

$(100, 0, 0, 0)$. Kestabilan dari sistem bergantung nilai eigen dari matrik jacobinya yang diperoleh dari sistem (4.8.1) yaitu $\lambda_1 = -\delta - \mu = -1 - 0,002 = -1,002$,

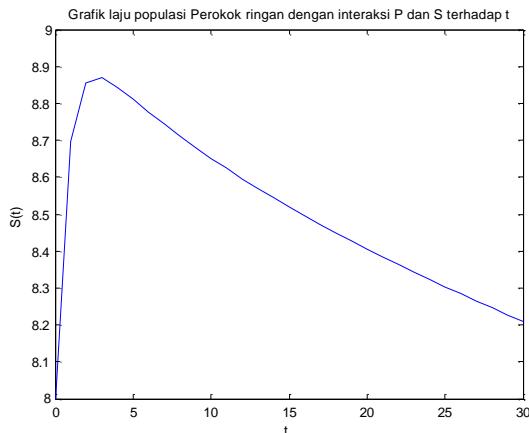
$$\lambda_2 = -\gamma - \mu = -0,05 - 0,002 = -0,052, \quad \lambda_3 = \frac{-\beta - \mu}{2} = \frac{-0,06 - 0,002}{2} = -0,058,$$

dan $\lambda_4 = -\alpha - \mu = -0 - 0,002 = -0,002$. Dapat dilihat bahwa nilai eigennya merupakan bilangan real negatif, maka nilai titik $F_1^* = (P^*S^*T^*Q^*) = (100, 0, 0, 0)$ stabil.



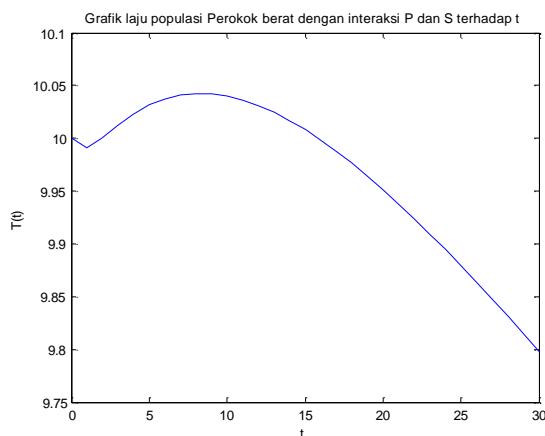
Gambar 4.9.1 Grafik laju perubahan populasi potensial perokok (P) tanpa interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan gambar 4.9.1 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi potensial perokok (P) mengalami peningkatan pada kondisi tidak ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dan populasi perokok ringan (S).



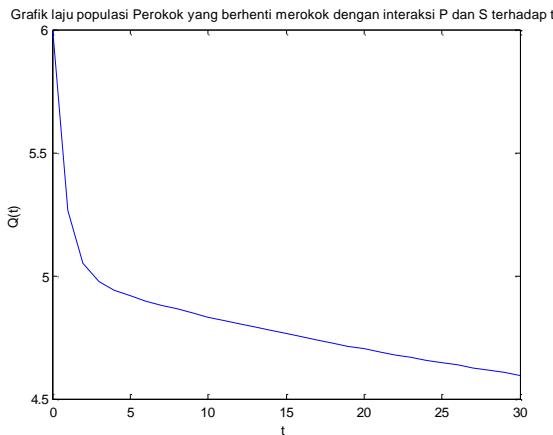
Gambar 4.9.2 Grafik laju perubahan populasi perokok ringan (S) tanpa interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.9.2 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi perokok ringan (S) mengalami penurunan pada kondisi tidak ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dan populasi perokok ringan (S).



Gambar 4.9.3 Grafik laju perubahan populasi potensial perokok berat (T) tanpa interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan Gambar 4.9.3 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi perokok berat (T) mengalami penurunan pada kondisi tidak ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dan populasi perokok ringan (S).



Gambar 4.9.4 Grafik laju perubahan populasi perokok yang berhenti merokok (Q) tanpa interaksi antara populasi P dan S

Berdasarkan gambar 4.9.4 di atas menjelaskan bahwa laju perubahan populasi perokok yang berhenti merokok (Q) mengalami penurunan pada kondisi tidak ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dan populasi perokok ringan (S).

- c. Simulasi numerik model dimana ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S)

Berikut ini adalah simulasi model kestabilan titik tetap pada saat tidak ada interaksi antara potensial perokok dan perokok ringan. Dengan nilai parameter $n = 2, k = 0,3, \gamma = 0,305, \mu = 0,002$ dan $\alpha = \frac{kS}{P} = \frac{(0,3)^8}{77} = 0,03$ sehingga jika disubtitusikan ke sistem persamaan (4.4.1) akan diperoleh seperti berikut ini:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= 2 - (0,03 + 0,002)P \\ \frac{dS}{dt} &= (0,03)P - (0,06 + 0,002)S + (1)Q - (0,5)S \\ \frac{dT}{dt} &= (0,06)S - (0,05 + 0,002)T \\ \frac{dQ}{dt} &= (0,05)T - (1 + 0,002)Q + (0,5)S\end{aligned}\quad (4.9.2)$$

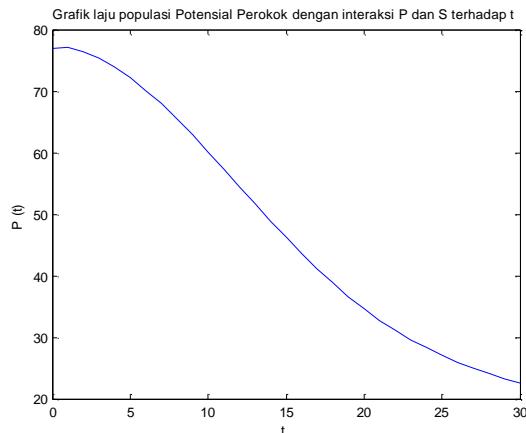
Selanjutnya kestabilan sistem (4.9.2) dapat diselidiki melalui nilai eigen dari matriks jacobinya yang diperoleh dari sistem (4.8.1) yaitu $\lambda_1 = -\delta - \mu = -1 - 0,002 = -1,002$, $\lambda_2 = -\gamma - \mu = -0,05 - 0,002 = 0,052$, $\lambda_3 = \frac{-\beta - \mu}{2} = \frac{-0,06 - 0,002}{2} = -0,031$, $\lambda_4 = -\alpha - \mu = -0,06 - 0,002 = -0,062$.

Dapat dilihat bahwa seluruh nilai eigennya merupakan bilangan real positif maka titik $F_1^* = (P^*S^*T^*Q^*) = \begin{pmatrix} n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{\mu} + \delta\gamma T & \frac{\alpha^2 + \alpha\mu}{(\beta + \mu + \lambda - \delta\lambda)} & \frac{\beta n + \alpha}{\gamma\alpha + \mu^2 + \gamma\mu + \mu\alpha(\beta + \mu + \lambda) - \delta\lambda\gamma - \delta\lambda\mu} \\ 0 & \frac{\alpha n}{\gamma\alpha + \mu^2 + \gamma\mu + \mu\alpha(\beta + \mu + \lambda) - \delta\lambda\gamma - \delta\lambda\mu} + \lambda \left(\frac{\alpha^2 + \alpha\mu}{(\beta + \mu + \lambda - \delta\lambda)} \right) & 0 & 0 \end{pmatrix}$ stabil. Selanjutnya akan diselidiki sistem kestabilan disekitar titik kesetimbangan pada titik

$$F_1^* = \begin{pmatrix} P^* & & & \\ S^* & & & \\ T^* & & & \\ Q^* & & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & & & \\ 0 & \frac{\alpha}{\mu} + \delta\gamma T & \frac{\alpha^2 + \alpha\mu}{(\beta + \mu + \lambda - \delta\lambda)} & \frac{\beta n + \alpha}{\gamma\alpha + \mu^2 + \gamma\mu + \mu\alpha(\beta + \mu + \lambda) - \delta\lambda\gamma - \delta\lambda\mu} \\ 0 & \frac{\alpha n}{\gamma\alpha + \mu^2 + \gamma\mu + \mu\alpha(\beta + \mu + \lambda) - \delta\lambda\gamma - \delta\lambda\mu} + \lambda \left(\frac{\alpha^2 + \alpha\mu}{(\beta + \mu + \lambda - \delta\lambda)} \right) & 0 & 0 \\ h' & 0 & 0 & (\delta + \mu) \end{pmatrix} =$$

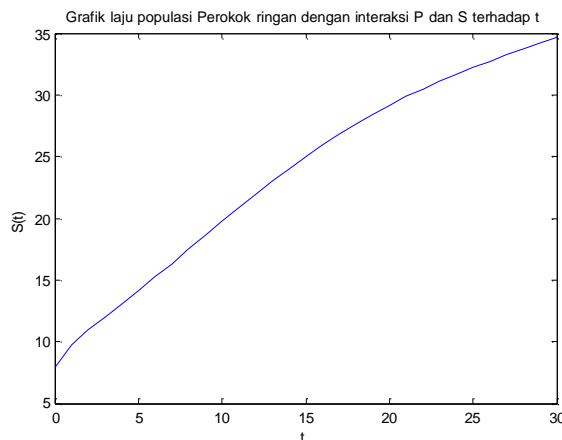
(100, 0, 0, 0). Kestabilan dari sistem bergantung nilai eigen dari matrik jacobinya yang diperoleh dari sistem (48.1) yaitu $\lambda_1 = -\delta - \mu = -1 - 0,002 = -1,002$, $\lambda_2 = -\gamma - \mu = -0,05 - 0,002 = 0,052$, $\lambda_3 = \frac{-\beta - \mu}{2} = \frac{-0,06 - 0,002}{2} = -0,031$, $\lambda_4 = -\alpha - \mu = -0,06 - 0,002 = -0,062$.

Dapat dilihat bahwa nilai eigennya merupakan bilangan real negatif, maka nilai titik $F_1^* = (P^*S^*T^*Q^*) = (100, 0, 0, 0)$ stabil. Dengan metode runge kutta dapat diketahui laju perubahan populasi pada dinamika merokok grafik berikut:



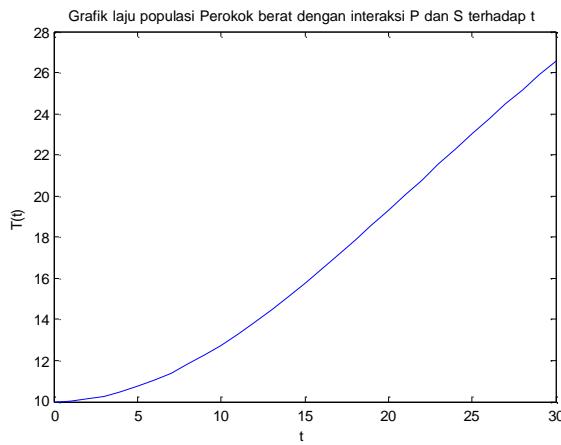
Gambar 4.9.5 Grafik laju perubahan populasi potensial perokok (P) ada interaksi antara populasi P dan S

- d. Simulasi numerik model dimana ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S)



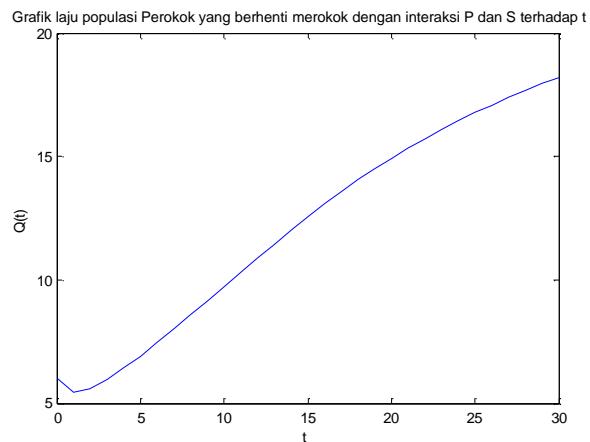
Gambar 4.9.6 Grafik laju perubahan populasi perokok ringan (S) ada interaksi antara populasi P dan S

- e. Simulasi numerik model dimana tidak ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok berat (T)



Gambar 4.9.7 Grafik laju perubahan populasi potensial perokok berat (T)
ada interaksi antara populasi P dan S

f. Simulasi numerik model dimana ada interaksi antara populasi potensial perokok
(P) dengan populasi perokok berat (T)



Gambar 4.9.8 Grafik laju perubahan populasi perokok yang berhenti
merokok (Q) ada interaksi antara populasi P dan S

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada Bab sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Model matematika dinamika merokok dimana tidak ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S)

Model matematika dinamika merokok dimana ada interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S).

2. Kestabilan dari sistem bergantung nilai eigen dari matrik jacobinya yang diperoleh dari sistem dapat dilihat bahwa nilai eigennya merupakan bilangan real negatif, jadi nilai titik $F_1^* = (P^*S^*T^*Q^*) = (100,0,0,0)$ stabil.

3. Berdasarkan simulasi numerik pada model dapat disimpulkan bahwa jumlah populasi perokok ringan (S) menurun pada kondisi tidak adanya interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S) dan akan meningkat pada kondisi adanya interaksi antara populasi potensial perokok (P) dengan populasi perokok ringan (S).

5.2 Saran

Penelitian tentang model dinamika merokok yang penulis lakukan hanya menggunakan 4 populasi yaitu populasi Potensial perokok, populasi Perokok ringan, populasi perokok berat dan juga populasi Perokok yang berhenti merokok. Maka untuk pengembangan penelitian selanjutnya dapat membagi populasi perokok yang berhenti merokok menjadi perokok yang berhenti sementara dan perokok yang berhenti permanen.

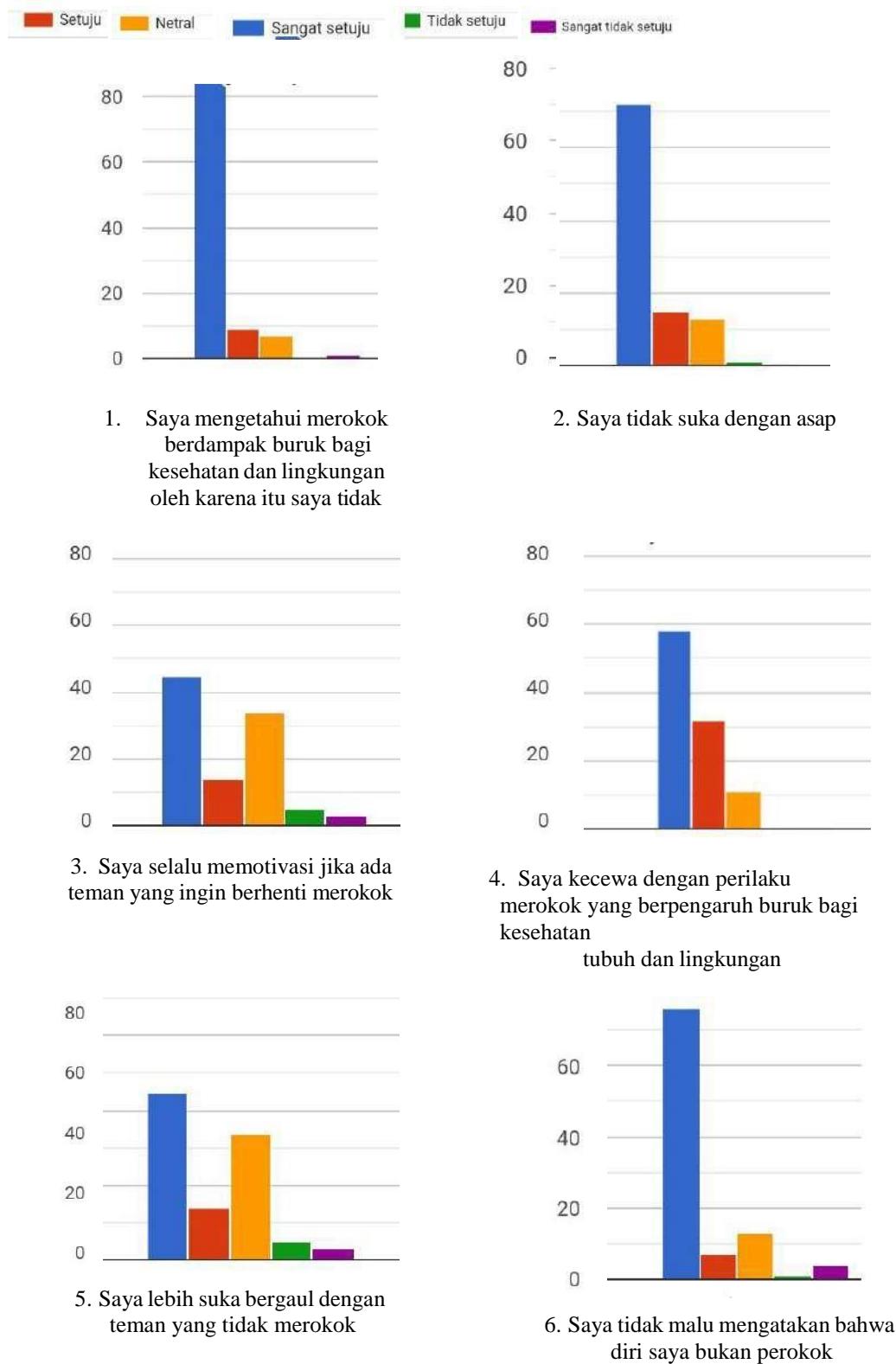
DAFTAR PUSTAKA

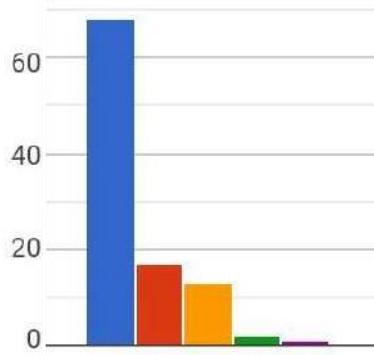
- Anita, D. C., Afiati, E., Wibowi, B. Y., 2022. *Profil Perilaku Merokok Siswa dan Implikasinya bagi Layanan Bimbingan dan Konseling*. Proffesional, Empty, Islamic Counselling Journal-Vol.5, No.1
- Krispiani, zora. 2015. *Hubungan Konsep Diri Prilaku Merokok Pada Remaja Akhir*. Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah.
- Kumboyono. 2011. *Analisis Faktor Penghambat Motivasi Berhenti Merokok Berdasarkan Health Belief Model Pada Mahasiswa F.T. UNIBRAW* Malang. Jurnal keperawatan soedirman, Vol 6, No 1.
- Marwan dan Said Munzir. 2011. *Persamaan Diferensial*, Yogyakarta:Graha Ilmu.
- Pamuntjak, R.J dan Santoso Widiarti. 1990. *Persamaan Diferensial Biasa*. ITB : Bandung
- Perco, L. 1991. *Differential Equation and Dynamical System*. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Purcell, J Edwin dan Varberg Dale. 1999. *Kalkulus dan Geometri Analisis*. Jakarta: Erlangga.
- Putra,B. 2013. *Hubungan antara intesitas merokok dengan tingkat isomnia*. Jurnal Jurusan Fsikologi Universitas Semarang.
- Riadi, Riyo, Evi Noviani dan Meliana Pasaribu. 2022. *Dinamika Akar Kuadrat Pada Pemodelan Matematika Populasi Perokok*. Fmipa Universitas Tanjungpura.<https://jurnal.untan.ac.id/index.php/jbmstr/article/download/53267/75676592494>
- Samsir, Andi Utari, syamsudin Toaha dan Kasbawati. 2021. *Kontrol Optimal Model Matematika Merokok Dengan Perokok Berhenti Sementaa Dan Perokok Berhenti Permanen*. jurnal matematika, statistika dan komputasi FMIPA-UNHAS.
<https://journal.lppmunindra.ac.id/index.php/STRING/article/download/1734/1348>
- Toaha, Syamsudin . 2013. *Pemodelan Matematika dalam dinamika populasi*. Dua press: makasar
- Pagay, Usman . 2009. *Mathematical modelling*. Uin-Malang Press
- Wijayanti, H.Sri setyaningsih. Mahardika wati. 2011. *Metode runge kutta dalam penyelesaian model raang angkut*. Jurnal ilmiah ilmu dasar dan lingkungan hidup. Voll 11, no 2
- WHO.2009. *State Of The World Vaccines And Immunization*. Third Edition. Switzerland.

Yuliani, S.R. 2016. *Analisis penyebaran penyakit diare sebagai salah satu penyebab kematian pada balita menggunakan model matematika sis.* Jurnal kajian terapan matematka. Voll 5, no 6

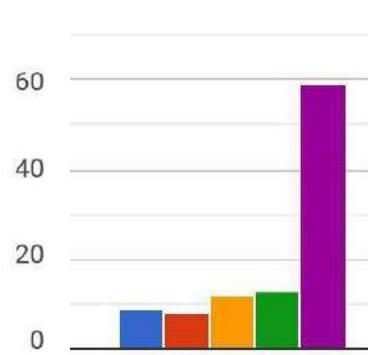
LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Kuesioner Penelitian Dinamika Merokok

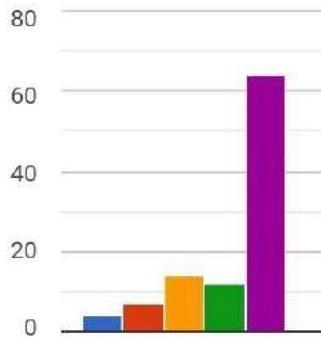




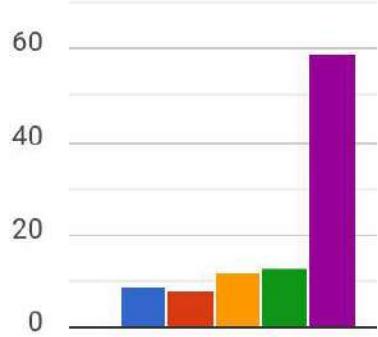
7. Saya mengetahui rokok bukan satu - satunya sarana pergaulan.



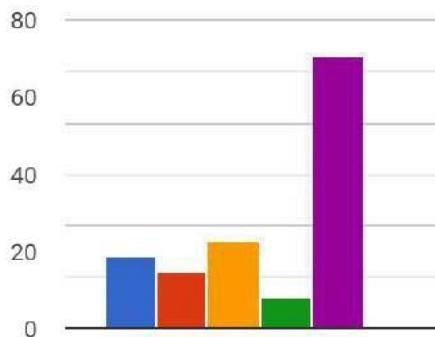
8. Saya awalnya coba-coba merokok dan sekarang menjadi ketagihan



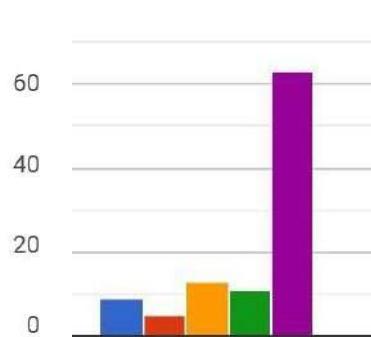
9. Saya bisa menghabiskan 3 batang rokok setiap Selesai



10. Saya merokok hanya untuk memenangkan pikiran yang lagi kacau

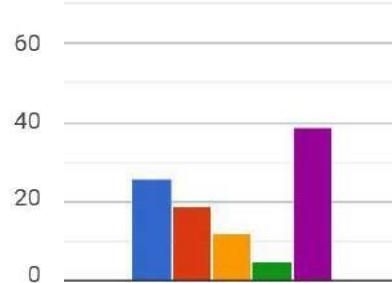


11. Saya merokok menjauhi keramaian agar tidak mengganggu

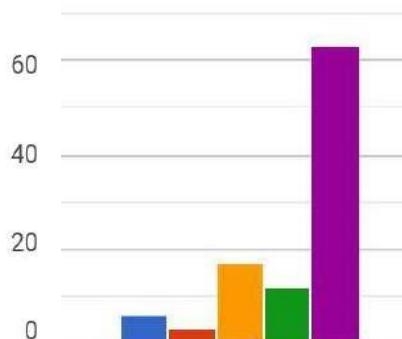


12. Saya dapat menghabiskan rokok 1 bungkus dalam 2 hari

13. ada niat berhenti merokok agar tidak ketergantungan rokok

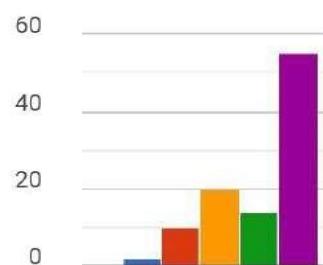


15. Saya selalu membawa stok rokok satu bungkus di tas/saku

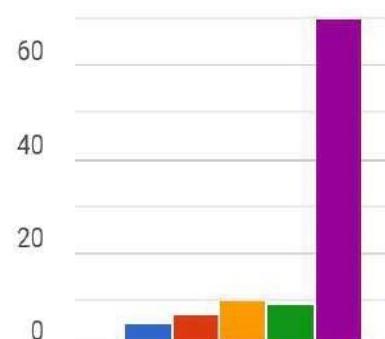


17. Saya bisa menghabiskan 1 bungkus rokok dalam sehari

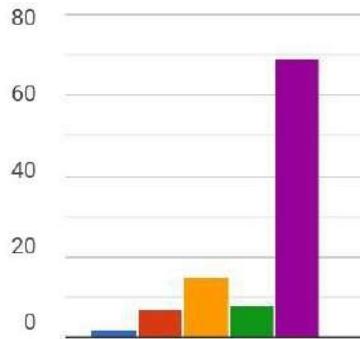
14. Saya sering diajak



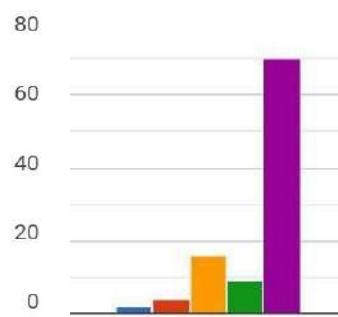
16. Saya merasa pusing kalau tidak merokok dalam sehari saja



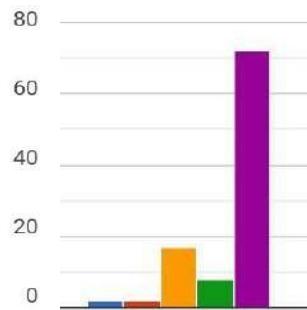
18. Saya sangat menyukai rokok dan tidak kepikiran untuk



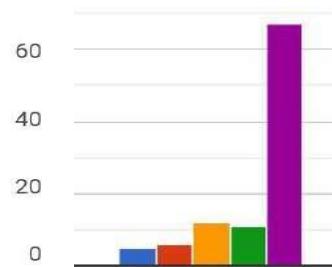
19. Sejauh ini saya merasa tidak masalah ketika merokok **ditempat**



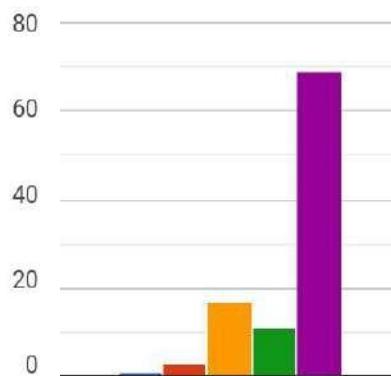
20. Rokok adalah teman curhat
Saya ketika begitu banyak masalah



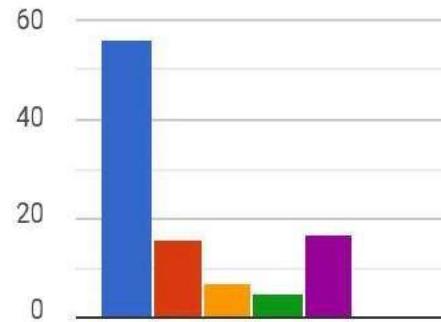
21. Setelah sekian lama merokok, saya merasa menyesal karena sekarang saya perokok berat



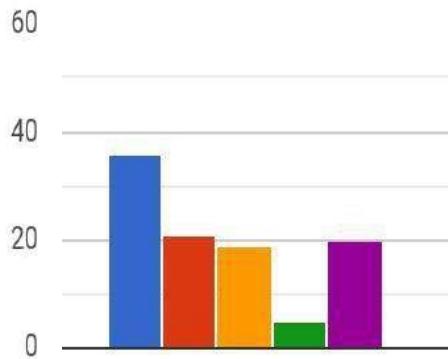
22. Harus Mempunyai tekad yang kuat untuk berhenti merokok



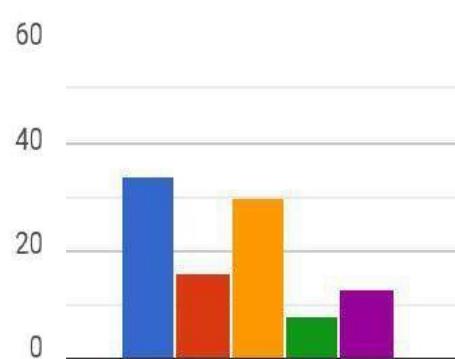
23. Saya bersedia tidak akan merokok lagi setelah memutuskan untuk tidak merokok



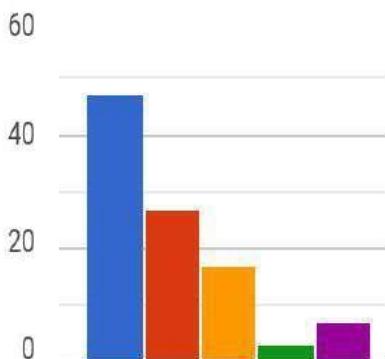
24. Saya akan mulai Menjauhi diri dari lingkungan perokok



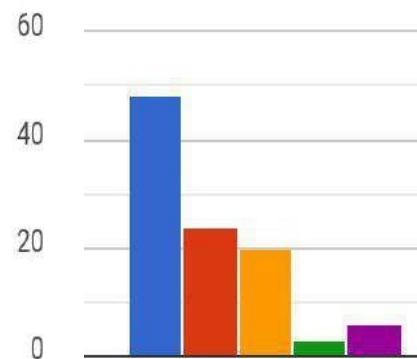
25. Saya mengetahui hukum merokok dalam islam itu makruh



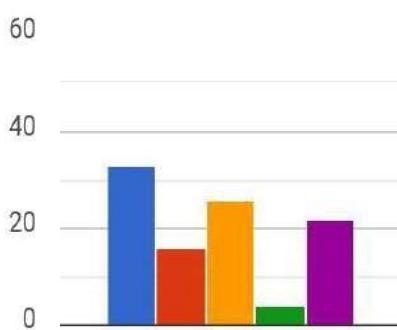
26. Saya berhenti merokok atas kemauan diri sendiri



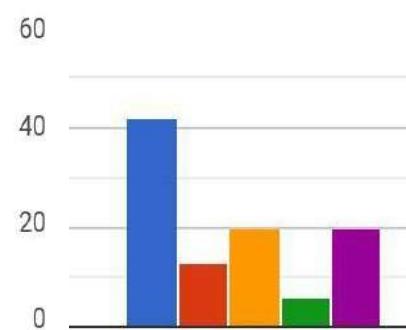
27. Saya bersedia mengajak teman dilingkungan saya untuk berhenti merokok



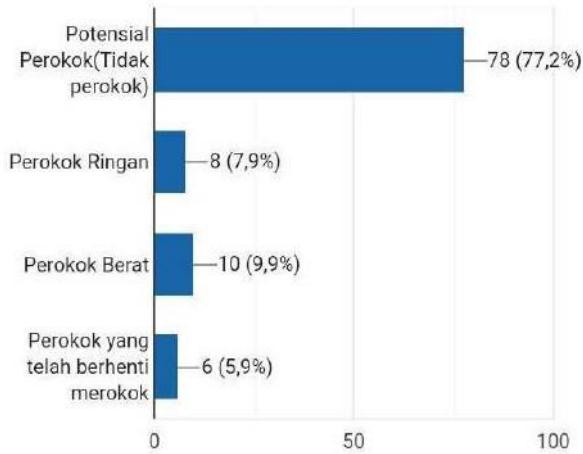
28. Saya berhasil berhenti merokok karna adanya dukungan keluarga



29. Saya merasa setelah berhenti merokok pengeluaran lebih sedikit



30. Saya lebih suka bergaul dengan teman yang tidak merokok



Lampiran 2. Persamaan populasi dinamika merokok tanpa interaksi P dan S

```

clear all;
close all;
clc;

b=0.06      %nilai parameter beta individu pada perokok ringan yang masuk kedalam perokok berat
g=0.05;      %nilai parameter gamma individu pada perokok berat yang masuk kedalam perokok yang telah berhenti merokok
a=0;         %nilai parameter alfa individu pada potensial merokok yang masuk kedalam perokok ringan karena adanya interaksi antara kedua populasi
l=0.5;       %nilai parameter lamda pada perokok ringan yang masuk kedalam perokok berhenti merokok
d=1          %nilai parameter delta pada perokok berhenti merokok yang masuk kedalam perokok ringan
m=0.002      %nilai parameter miu Kematian alami pada semua populasi
n=2          %nilai parameter Laju kelahiran individu baru yang masuk kedalam potensial perokok.
k=0          %Jumlah kontak antara P dan S.

P0=77; S0=8; T0=10; Q0=6;
t0=0; tend=30; h=1; N=P0+S0+T0+Q0;
%% initializing solution
H=(t0:h:tend); Nt = length(H); P=0*H; P(1)=P0; S=0*H; S(1)=S0;
T=0*H; T(1)=T0; Q=0*H; Q(1)=Q0;
%% solving using Runge-Kutta 4th order method
for i=1:Nt-1
    k1P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)));
    k1S=h*((k*S(i)/N*P(i))-((b+m+l)*S(i))+(d*Q(i)));
    k1T=h*((b*S(i))-((g+m)*T(i)));
    k1Q=h*((g*T(i))-((d+m)*Q(i))+(l*S(i)));

    k2P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)+0.5*k1P));
    k2S=h*((k*S(i)/N*(P(i)+0.5*k1P))-((b+m+l)*(S(i)+0.5*k1S))+(d*(Q(i)+0.5*k1Q)));
    k2T=h*((b*(S(i)+0.5*k1S))-(g+m)*(T(i)+0.5*k1T)));

```

```

k2Q=h*((g*(T(i)+0.5*k1T)-
(d+m)*(Q(i)+0.5*k1Q))+(l*(S(i)+0.5*k1S))) ;

k3P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)+0.5*k2P));
k3S=h*((k*S(i)/N*(P(i)+0.5*k2P)/N -
(b+m+1)*(S(i)+0.5*k2S))+(d*(Q(i)+0.5*k2Q)));
k3T=h*((b*(S(i)+0.5*k2S)-(g+m)*(T(i)+0.5*k2T)));
k3Q=h*((g*(T(i)+0.5*k2T)-
(d+m)*(Q(i)+0.5*k2Q))+(l*(S(i)+0.5*k2S)));

k4P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)+k3P));
k4S=h*((k*S(i)/N*(P(i)+k3P)-(b+m+1)*(S(i)+k3S))+(d*(Q(i)+k3Q)));
k4T=h*((b*(S(i)+k3S)-(g+m)*(T(i)+k3T)));
k4Q=h*((g*(T(i)+k3T)-((d+m)*(Q(i)+k3Q)))+(l*(S(i)+k3S)));

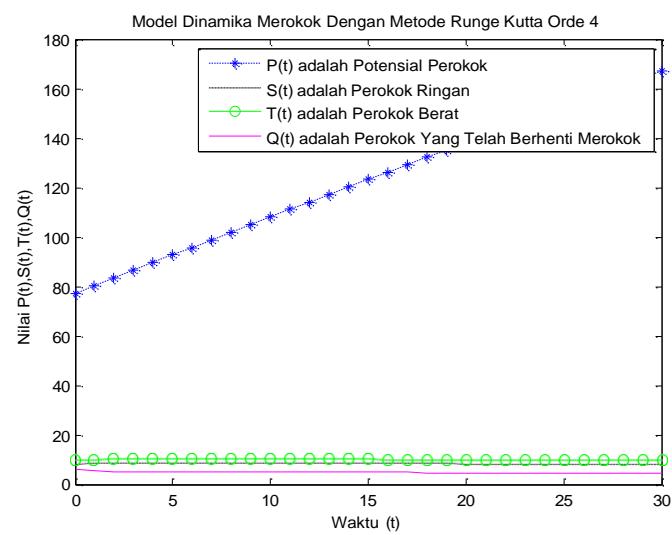
P(i+1)=P(i)+1/6*(k1P+2*k2P+2*k3P+k4P);
S(i+1)=S(i)+1/6*(k1S+2*k2S+2*k3S+k4S);
T(i+1)=T(i)+1/6*(k1T+2*k2T+2*k3T+k4T);
Q(i+1)=Q(i)+1/6*(k1Q+2*k2Q+2*k3Q+k4Q);
end

plot(H,P,'b:','H,S,'k--',H,T,'g-o',H,Q,'m-'); xlabel ('Waktu
(t)'), ylabel ('Nilai P(t),S(t),T(t),Q(t)');
title('Model Dinamika Merokok Dengan Metode Runge Kutta Orde 4');
legend ('P(t) adalah Potensial Perokok','S(t) adalah Perokok
Ringan ','T(t) adalah Perokok Berat','Q(t) adalah Perokok Yang
Telah Berhenti Merokok')

figure(1);
plot(H,P);
title('Grafik laju populasi Potensial Perokok dengan interaksi P
dan S terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('P (t)');
figure(2);
plot(H,S);
title('Grafik laju populasi Perokok ringan dengan interaksi P dan
S terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('S(t)');
figure(3);
plot(H,T);
title('Grafik laju populasi Perokok berat dengan interaksi P dan S
terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('T(t)');
figure(4);
plot(H,Q);
title('Grafik laju populasi Perokok yang berhenti merokok dengan
interaksi P dan S terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('Q(t)');

```

T	X			
1	77.0000	8.0000	10.0000	6.0000
2	80.1536	8.6961	9.9911	5.2648
3	83.2964	8.8547	10.0005	5.0490
4	86.4285	8.8685	10.0126	4.9753
5	89.5498	8.8445	10.0232	4.9411
6	92.6605	8.8115	10.0315	4.9182
7	95.7606	8.7773	10.0374	4.8990
8	98.8501	8.7440	10.0410	4.8814
9	101.9290	8.7119	10.0425	4.8647
10	104.9974	8.6811	10.0420	4.8487
11	108.0554	8.6516	10.0399	4.8333
12	111.1028	8.6232	10.0361	4.8184
13	114.1399	8.5959	10.0310	4.8040
14	117.1666	8.5695	10.0245	4.7901
15	120.1829	8.5440	10.0168	4.7766
16	123.1890	8.5192	10.0080	4.7634
17	126.1848	8.4952	9.9983	4.7507
18	129.1703	8.4719	9.9877	4.7382
19	132.1456	8.4492	9.9762	4.7260
20	135.1108	8.4270	9.9641	4.7141
21	138.0658	8.4053	9.9512	4.7024
22	141.0108	8.3842	9.9378	4.6909
23	143.9457	8.3634	9.9238	4.6797
24	146.8705	8.3430	9.9093	4.6686
25	149.7854	8.3231	9.8944	4.6577
26	152.6903	8.3034	9.8791	4.6470
27	155.5852	8.2840	9.8634	4.6364
28	158.4703	8.2650	9.8474	4.6260
29	161.3455	8.2462	9.8311	4.6157
30	164.2110	8.2276	9.8145	4.6055



Lampiran 3. Persamaan populasi dinamika merokok ada interaksi P dan S

```

clear all;
close all;
clc;

b=0.06      %nilai parameter beta individu pada perokok ringan yang masuk kedalam perokok berat
g=0.05;      %nilai parameter gamma individu pada perokok berat yang masuk kedalam perokok yang telah berhenti merokok
a=0.03;      %nilai parameter alfa individu pada potensial merokok yang masuk kedalam perokok ringan karena adanya interaksi antara kedua populasi
l=0.5;       %nilai parameter lamda pada perokok ringan yang masuk kedalam perokok berhenti merokok
d=1          %nilai parameter delta pada perokok berhenti merokok yang masuk kedalam perokok ringan
m=0.002      %nilai parameter miu Kematian alami pada semua populasi
n=2          %nilai parameter Laju kelahiran individu baru yang masuk kedalam potensial perokok.
k=0.3        %Jumlah kontak antara P dan S.

P0=77; S0=8; T0=10; Q0=6;
t0=0; tend=30; h=1; N=P0+S0+T0+Q0;
%% initializing solution
H=(t0:h:tend); Nt = length(H); P=0*H; P(1)=P0; S=0*H; S(1)=S0;
T=0*H; T(1)=T0; Q=0*H; Q(1)=Q0;
%% solving using Runge-Kutta 4th order method
for i=1:Nt-1
    k1P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)));
    k1S=h*((k*S(i)/N*P(i))-(b+m+l)*S(i)+(d*Q(i)));
    k1T=h*((b*S(i))-(g+m)*T(i));
    k1Q=h*((g*T(i))-(d+m)*Q(i)+(l*S(i)));

    k2P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)+0.5*k1P));
    k2S=h*((k*S(i)/N*(P(i)+0.5*k1P)-
(b+m+l)*(S(i)+0.5*k1S))+(d*(Q(i)+0.5*k1Q)));
    k2T=h*((b*(S(i)+0.5*k1S)-(g+m)*(T(i)+0.5*k1T)));
    k2Q=h*((g*(T(i)+0.5*k1T)-
(d+m)*(Q(i)+0.5*k1Q))+(l*(S(i)+0.5*k1S)));

    k3P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)+0.5*k2P));
    k3S=h*((k*S(i)/N*(P(i)+0.5*k2P)/N -
(b+m+l)*(S(i)+0.5*k2S))+(d*(Q(i)+0.5*k2Q)));
    k3T=h*((b*(S(i)+0.5*k2S)-(g+m)*(T(i)+0.5*k2T)));
    k3Q=h*((g*(T(i)+0.5*k2T)-
(d+m)*(Q(i)+0.5*k2Q))+(l*(S(i)+0.5*k2S)));

    k4P=h*((n-(k*S(i)/N+m)*P(i)+k3P));
    k4S=h*((k*S(i)/N*(P(i)+k3P)-(b+m+l)*(S(i)+k3S))+(d*(Q(i)+k3Q)));
    k4T=h*((b*(S(i)+k3S)-(g+m)*(T(i)+k3T)));
    k4Q=h*((g*(T(i)+k3T)-
(d+m)*(Q(i)+k3Q))+(l*(S(i)+k3S)));

P(i+1)=P(i)+1/6*(k1P+2*k2P+2*k3P+k4P);
S(i+1)=S(i)+1/6*(k1S+2*k2S+2*k3S+k4S);
T(i+1)=T(i)+1/6*(k1T+2*k2T+2*k3T+k4T);

```

```

Q(i+1)=Q(i)+1/6*(k1Q+2*k2Q+2*k3Q+k4Q);
end

plot(H,P,'b:*',H,S,'k--',H,T,'g-o',H,Q,'m-'); xlabel ('Waktu
(t)'), ylabel ('Nilai P(t),S(t),T(t),Q(t)');
title('Model Dinamika Merokok Dengan Metode Runge Kutta Orde 4');
legend ('P(t) adalah Potensial Perokok','S(t) adalah Perokok
Ringan ','T(t) adalah Perokok Berat','Q(t) adalah Perokok Yang
Telah Berhenti Merokok')

figure(1);
plot(H,P);
title('Grafik laju populasi Potensial Perokok dengan interaksi P
dan S terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('P (t)');
figure(2);
plot(H,S);
title('Grafik laju populasi Perokok ringan dengan interaksi P dan
S terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('S(t)');
figure(3);
plot(H,T);
title('Grafik laju populasi Perokok berat dengan interaksi P dan S
terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('T(t)');
figure(4);
plot(H,Q);
title('Grafik laju populasi Perokok yang berhenti merokok dengan
interaksi P dan S terhadap t')
xlabel('t ');
ylabel('Q(t)');

```

T	X			
1	77.0000	8.0000	10.0000	6.0000
2	77.0278	9.7321	10.0205	5.4242
3	76.3774	10.9287	10.1159	5.5671
4	75.2976	11.9947	10.2695	5.9444
5	73.8741	13.0488	10.4761	6.4091
6	72.1470	14.1229	10.7338	6.9158
7	70.1469	15.2216	11.0416	7.4488
8	67.9058	16.3406	11.3984	8.0011
9	65.4600	17.4723	11.8026	8.5677
10	62.8494	18.6077	12.2524	9.1442
11	60.1171	19.7372	12.7454	9.7259
12	57.3075	20.8516	13.2790	10.3080
13	54.4648	21.9421	13.8499	10.8859
14	51.6313	23.0009	14.4547	11.4551
15	48.8456	24.0213	15.0897	12.0116

16	46.1415	24.9983	15.7509	12.5518
17	43.5476	25.9283	16.4345	13.0729
18	41.0860	26.8092	17.1365	13.5728
19	38.7731	27.6405	17.8530	14.0502
20	36.6192	28.4228	18.5806	14.5043
21	34.6294	29.1577	19.3158	14.9351
22	32.8042	29.8480	20.0555	15.3431
23	31.1403	30.4968	20.7970	15.7292
24	29.6317	31.1075	21.5379	16.0948
25	28.2698	31.6840	22.2762	16.4413
26	27.0449	32.2300	23.0099	16.7705
27	25.9462	32.7493	23.7377	17.0840
28	24.9625	33.2454	24.4584	17.3836
29	24.0828	33.7217	25.1711	17.6709
30	23.2963	34.1812	25.8752	17.9476

