

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Logika Fuzzy

Fuzzy adalah cabang dari logika yang menerapkan derajat keanggotaan dalam suatu himpunan keanggotaan tidak hanya bersifat *true/false*. *Fuzzy* secara bahasa artinya kabur, tidak jelas, tidak pasti, *grey area*. Secara istilah, merupakan bentuk representasi pengetahuan yang cocok untuk kondisi yang bersifat humanis yang tidak dapat diselesaikan secara eksak, akan tetapi disesuaikan dengan konteksnya (Rindengan & Yohanes, 2019).

Logika *fuzzy* dikembangkan oleh Lotfi Asker Zadeh melalui tulisannya pada tahun 1965 tentang teori himpunan *fuzzy*. Zadeh adalah seorang ilmuwan Amerika Serikat berkebangsaan Iran dari Universitas California di Barkeley. Meskipun logika *fuzzy* dikembangkan di Amerika, namun ia lebih populer dan banyak diaplikasikan secara luas oleh praktisi Jepang dengan mengadaptasikannya ke bidang kendali (control). Saat ini banyak yang menerapkan prinsip logika *fuzzy*, seperti mesin cuci, AC, dan lain-lain. Logika *fuzzy* yang ditemukan di Amerika malah lebih banyak ditemukan di negara Jepang yang disebabkan kultur orang Barat yang cenderung memandang suatu persoalan sebagai hitam-putih, ya-tidak, bersalah-tidak bersalah, sukses-gagal, atau yang setara dengan dunia logika biner Aristoteles, sedangkan kultur orang Timur lebih dapat menerima dunia “abu-abu” atau *fuzzy*. Logika *fuzzy* umumnya diterapkan pada masalah yang mengandung unsur ketidakpastian (*uncertainty*), ketidaktepatan (*imprecise*), *noisy*, dan sebagainya.

2.2 Himpunan Fuzzy

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu pengembangan lebih lanjut tentang konsep himpunan dalam matematika. Himpunan *fuzzy* adalah rentang nilai yang masing-masing nilai mempunyai derajat keanggotaan (*membership*) antara 0 sampai 1. Jika dalam logika *Boolean* menggambarkan nilai-nilai “benar” atau “salah”, logika *fuzzy* menggunakan ungkapan misalnya : “sangat lambat”, “agak sedang”, “sangat cepat” dan lain-lain untuk intensitasnya (Rindengan & Yohanes, 2019).

Himpunan *fuzzy* memiliki dua atribut, yaitu linguistik dan numeris. Atribut linguistik adalah atribut yang digunakan untuk penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti muda, dewasa, tua, sedangkan atribut numeris adalah suatu nilai yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel (Wardani dkk, 2017).

Himpunan *fuzzy* didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan real pada interval $[0, 1]$. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu item tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah (Saelan, 2009).

Beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu:

1. Variabel *fuzzy*

Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*. Contoh: umur, temperatur, tingkat kerusakan, dan sebagainya.

2. Himpunan *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*. Contoh: Variabel umur terbagi menjadi 3 himpunan *fuzzy* yaitu anak-anak, dewasa, dan tua. Variabel tingkat kerusakan terbagi menjadi 4 himpunan *fuzzy* yaitu sangat ringan, ringan, sedang, dan berat, dan masih banyak contoh himpunan *fuzzy* lainnya.

3. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti himpunan *fuzzy* dewasa $[25, 55]$ artinya seseorang dikatakan dewasa ketika berumur 25 sampai 55 tahun.

2.3 Operator Dasar *Fuzzy Set*

Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan *fuzzy*. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α -predikat. Ada operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh disebut operasi dasar zadeh yaitu:

1. Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan. α –predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y]) \quad (2.3.1)$$

2. Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan. α – predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan. Dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y]) \quad (2.3.2)$$

3. Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan. α –predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangi nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1. Dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A[x] \quad (2.3.3)$$

2.4 Fungsi Keanggotaan Fuzzy

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya. Sering juga disebut dengan derajat keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan:

2.4.1 Kurva Linier

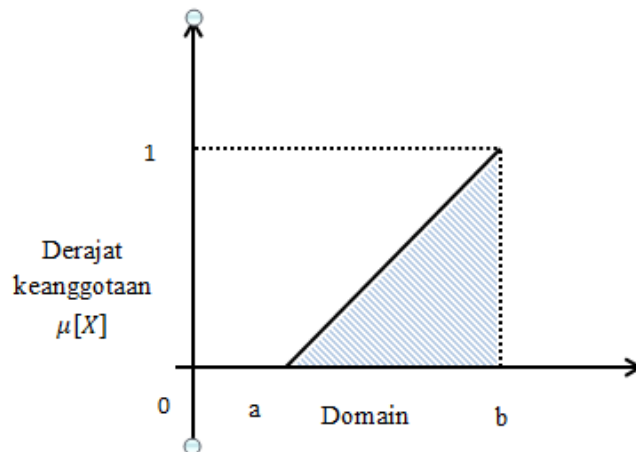
Pada kurva linear, pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Ada 2 keadaan himpunan *fuzzy* yang linear:

a. Linear Naik

Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi. Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (2.4.1)$$

Persamaan (2.4.1) dapat digambarkan dengan grafik sebagai berikut:



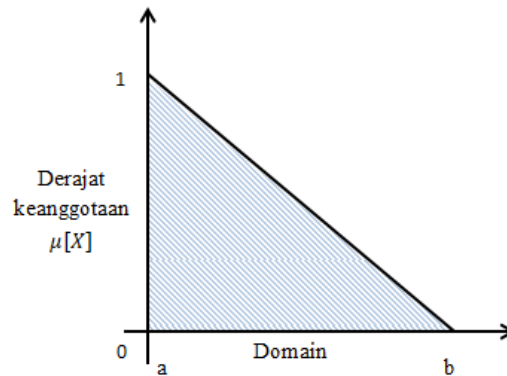
Gambar 2.4.1 Kurva Linier Naik

b. Linear Turun

Kurva/garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah. Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \geq b \\ \frac{b-x}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x \leq a \end{cases} \quad (2.4.2)$$

Persamaan (2.4.2) dapat digambarkan dengan grafik sebagai berikut:



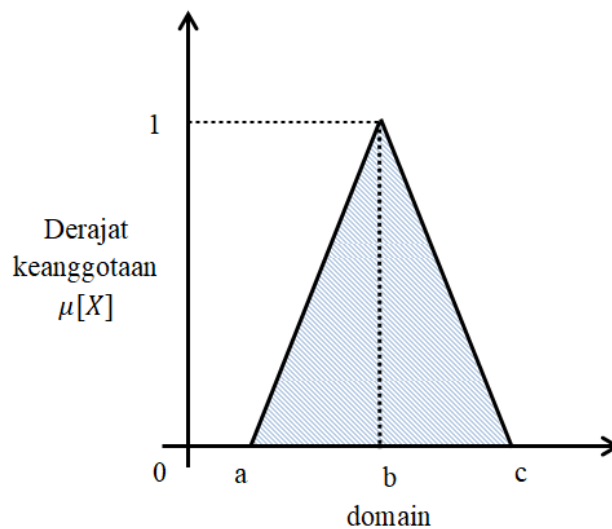
Gambar 2.4.2 Kurva Linier Turun

2.4.2 Kurva Segitiga

Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 kurva linear yaitu linear turun dan linear naik disebut kurva segitiga karena membentuk bidang segitiga. Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \leq a \cup x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x = b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \end{cases} \quad (2.4.3)$$

Persamaan (2.4.3) dapat digambarkan dengan grafik sebagai berikut:



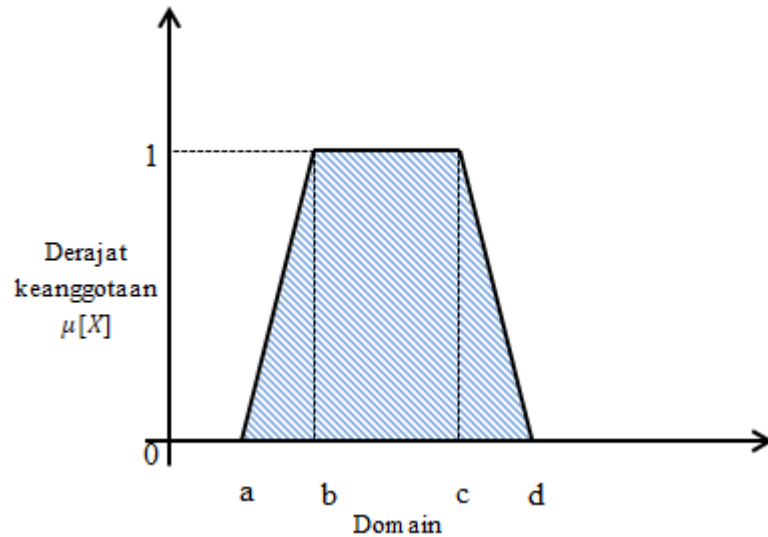
Gambar 2.4.3 Kurva Segitiga

2.4.3 Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1. Membentuk bidang trapesium. Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x \leq a \cup x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d \end{cases} \quad (2.4.4)$$

Persamaan (2.4.4) dapat digambarkan dengan grafik sebagai berikut:



Gambar 2.4.4 Kurva Trapesium

2.4.4 Kurva Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: dingin bergerak ke sejuk bergerak ke hangat dan bergerak ke panas). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi panas, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi panas. Himpunan fuzzy ‘bahu’, (bukan segitiga), digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar. Fungsi keanggotaan:

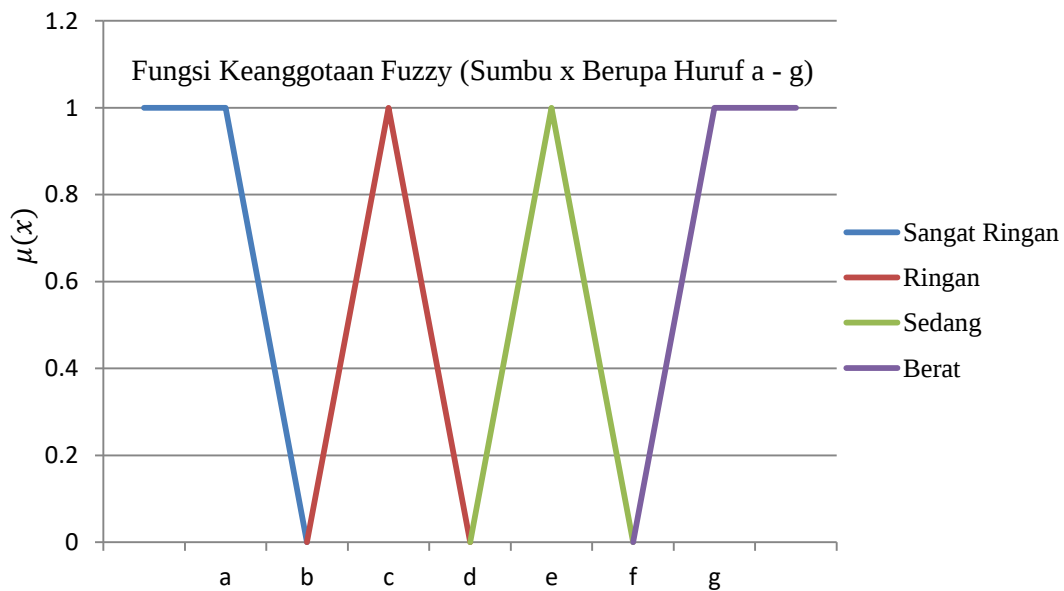
$$\mu_{\text{sangat ringan}}[x] = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ \frac{b-x}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (2.4.5)$$

$$\mu_{\text{ringan}}[x] = \begin{cases} 0, & x \leq b \cup x \geq d \\ \frac{x-b}{c-b}, & b < x < c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d \end{cases} \quad (2.4.6)$$

$$\mu_{\text{sedang}}[x] = \begin{cases} 0, & x \leq d \cup x \geq f \\ \frac{x-d}{e-d}, & d < x < e \\ \frac{f-x}{f-e}, & e < x < f \end{cases} \quad (2.4.7)$$

$$\mu_{\text{berat}}[x] = \begin{cases} 0, & x \leq f \\ \frac{x-f}{g-f}, & f < x < g \\ 1, & x \geq g \end{cases} \quad (2.4.8)$$

Persamaan (2.4.5) sampai (2.4.8) jika digambarkan ke dalam grafik maka diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 2.4.5 Kurva Bahu

2.5 Logika Fuzzy dengan Metode Mamdani

Metode Mamdani sering juga dikenal dengan nama Metode Max-Min. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Untuk mendapatkan output diperlukan 4 tahapan:

1. Pembentukan himpunan *fuzzy*

Pada metode Mamdani, baik variabel input maupun variabel output dibagi menjadi satu atau lebih himpunan *fuzzy*. Langkah pertama adalah menentukan variabel *fuzzy* dan himpunan *fuzzy*, kemudian tentukan derajat kesepadaan (*degree of match*) antara data masukan *fuzzy* dengan himpunan *fuzzy* yang telah didefinisikan untuk setiap variabel masukan sistem dari setiap aturan *fuzzy*.

2. Aplikasi Fungsi Implikasi

Fungsi implikasi yang digunakan adalah *min*. Penerapan fungsi implikasi merupakan tahap selanjutnya dalam prosedur Metode *fuzzy* Mamdani. Fungsi implikasi merupakan struktur logika yang terdiri atas kumpulan premis dan satu konklusi. Bentuk dari fungsi implikasi adalah $IF (premis-1) \bullet (premis-2) \bullet (premis-3) \bullet \dots \bullet (premis-n) THEN \text{konklusi}$ dengan $\bullet$ adalah operator (AND). Hasil implikasi *fuzzy* dari setiap aturan ini kemudian digabungkan untuk menghasilkan keluaran inferensi *fuzzy*.

3. Komposisi Aturan

Tahap selanjutnya tidak seperti penalaran monoton, apabila sistem terdiri dari beberapa aturan, maka inferensi diperoleh dari kumpulan dan kolerasi antar aturan. Untuk melakukan inferensi sistem *fuzzy* terdapat 3 metode yang digunakan, yaitu:

a. Metode Max (Maximum)

Pada metode max solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimum aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah *fuzzy* dan mengaplikasikannya ke output dengan menggunakan operator OR (union). Jika semua proposisi telah dievaluasi, maka output akan berisi suatu himpunan *fuzzy* yang merefleksikan kontribusi dari tiap-tiap proposisi. Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i]) \quad (2.5.1)$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-i.

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen *fuzzy* aturan ke-i.

b. Metode Additive (Sum)

Pada metode additive solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara melakukan *bounded-sum* terhadap semua output daerah *fuzzy*. Secara umum dituliskan sebagai berikut:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) \quad (2.5.2)$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-i.

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen *fuzzy* aturan ke-i.

c. Metode Probabilistik OR (probor)

Metode ini memperoleh solusi himpunan *fuzzy* dengan cara melakukan *product* terhadap semua output daerah *fuzzy*. Secara umum dituliskan:

$$\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i]) \quad (2.5.3)$$

dengan:

$\mu_{sf}[x_i]$ = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-i.

$\mu_{kf}[x_i]$ = nilai keanggotaan konsekuen *fuzzy* aturan ke-i.

4. Penegasan (*defuzzifikasi*)

Input dari proses *defuzzifikasi* adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh komposisi aturan-aturan *fuzzy*, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy*. Sehingga jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam range tertentu, maka harus di ambil suatu nilai *crisp* tertentu sebagai output. Ada beberapa metode *defuzzifikasi* pada komposisi aturan Mamdani salah satunya dengan Metode Centroid (*Composite Moment*). Metode centroid merupakan metode untuk memperoleh solusi *crisp* dilakukan dengan cara mengambil titik pusat (z^*) daerah *fuzzy*. Secara umum dirumuskan sebagai berikut:

$$z^* = \frac{\int_z^z z\mu(z)dz}{\int_z^z \mu(z)dz} \quad (2.5.4)$$

dengan:

z^* = Nilai Crisp (tegas).

z = Variabel output fuzzy.

$\mu(z)$ = Fungsi keanggotaan output fuzzy.

2.6 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah nilai rata – rata perbedaan absolut yang ada diantara nilai dari prediksi dan nilai realisasi yang disebutkan sebagai hasil persenan dari nilai realisasi (Amansyah, 2024). Metode ini memberikan gambaran tentang seberapa akurat prediksi model jika dibandingkan dengan nilai aktual yang sebenarnya.

Semakin kecil nilai MAPE maka semakin akurat perhitungan dengan metode yang digunakan karena prediksi yang dihasilkan semakin mendekati data sebenarnya. Nilai MAPE akan dianggap baik jika nilainya mendekati nol yang berarti hampir tidak melakukan kesalahan prediksi. Berikut merupakan rumus dari MAPE :

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\% \quad 2.6.1$$

dengan:

n : Jumlah data

y_i : Nilai aktual (sebenarnya)

$\hat{y}_i$: Nilai prediksi dari perhitungan

Nilai MAPE dapat diartikan ke dalam 4 kategori yaitu:

< 10% : Kemampuan Metode Prediksi Sangat Baik

10 – 20% : Kemampuan Metode Prediksi Baik

20 – 50% : Kemampuan Metode Prediksi Cukup

> 50% : Kemampuan Metode Prediksi Buruk