# BAB II

# LANDASAN TEORI

## 2.1 Persamaan Diferensial

Banyak masalah yang sangat penting dalam ilmu matematika, ilmu fisika, ilmu sosial dan yang lainnya, ketika memformulasikan dalam bentuk matematika mensyaratkan fungsi yang memenuhi persamaan yang memuat satu atau lebih turunan-turunan dari fungsi yang tidak diketahui. Persamaan-persamaan di atas disebut persamaan diferensial (Wahyu dan Nur, 2015).

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang mengandung fungsi dan turunan. Bentuk persamaannya salah satunya adalah persamaan diferensial. Persamaan diferensial adalah suatu relasi yang menyangkut satu atau lebih turunan dari sebuah fungsi yang tak diketahui dan mungkin fungsi itu sendiri (Maya dan Rachmawati, 2018).

Bentuk umum persamaan differensial yaitu:

$$f(x)\,dx + g(x)\,dy = 0 \,, \qquad (2.1.1)$$

Selanjutnya, Persamaan differensial dapat pula dinotasikan sebagai $y' = \frac{dy}{dx}$ atau $t' = \frac{dx}{dt}$, Penyelesaian persamaan differensial adalah fungsi yang turunannya tertulis dalam persamaan tersebut. Jika fungsi tersebut disubstitusikan ke dalam persamaan diferensial akan menghasilkan suatu identitas. Persamaan diferensial mempunyai dua macam penyelesaian, yaitu penyelesaian umum dan penyelesaian khusus.

Penyelesaian umum adalah penyelesaian yang masih memuat konstanta, sedangkan penyelesaian khusus adalah penyelesaian yang sudah tidak memuat konstanta. Penyelesaian khusus ditentukan dengan bantuan syarat bantu, yaitu syarat awal (nilai awal) atau syarat batas. Persamaan diferensial disajikan beserta syarat awalnya seperti berikut:

$$x' = f(t,x), x(t_0) = x_0 .$$

(2.1.2)

disebut masalah nilai awal. Penyelesaian masalah nilai awal adalah penyelesaian dari permasalahan diferensial yang memenuhi syarat awal yang diberikan. Jika permasalahan tersebut dapat diselesaikan secara analitik, maka penyelesaian yang dihasilkan disebut penyelesaian sejati (penyelesaian yang sesungguhnya).

Namun, terkadang masalah nilai awal muncul dalam bentuk yang rumit, sehingga tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik. Jika metode analitik tidak dapat lagi diterapkan, maka penyelesaian tersebut dapat dicari dengan metode numerik. Penyelesaian yang dihasilkan metode numerik disebut penyelesaian hampiran (pendekatan terhadap penyelesaian sejati). Penyelesaian hampiran tidak tepat sama dengan penyelesaian sejati, sehingga ada selisih antara keduanya.

## 2.2 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan differensial biasa (ordinary differential equation) adalah suatu persamaan yang turunan fungsinya hanya bergantung pada satu variabel terikat (dependent variable. Berikut contoh dari persamaan pertumbuhan dengan bentuk persamaannya yaitu :

$$\frac{d\,Q\,(t)}{dt} \quad k \quad Q \quad (t) \quad .$$

(2.2.1)

dengan Q (t ) menunjukkan jumlah partikel dalam waktu t, dan k adalah konstanta pertumbuhan.

**Definisi 2.2.1 (Wartono,2009)** *persamaan differensial biasa orde-*n *adalah suatu persamaan yang mempunyai bentuk umum,*

$$F\left(y,y'y''y''',\dots,y^{n}\right) = f(x) \,. \qquad (2.2.2)$$

dengan tanda aksen menunjukkan turunan terhadap x, yaitu $y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$, dan seterusnya.

Berdasarkan jenisnya terdapat persamaan differensial biasa dapat dikelompokkan sebagai berikut yaitu:

1. Persamaan Differensial Biasa (PDB)

   Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat turunan terhadap fungsi yang memuat satu variabel bebas jika x adalah fungsi dari maka berikut ini adalah contoh persamaan diferensial biasa dalam persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt}\, t^2 + \cos x \,. \qquad (2.2.3)$$

Orde dari persamaan diferensial adalah turunan tertinggi pada fungsi yang tidak diketahui (peubah tak bebas) yang muncul dalam persamaan diferensial. Persamaan diferensial (2.2.3) memiliki orde satu.

2. Persamaan Diferensial Parsial (PDP)

   Persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat turunan-turunan parsial atau dapat dikatakan persamaan yang turunan fungsinya memuat lebih dari satu variabel bebas Turunan parsial dinotasikan dengan subskrip sebagai berikut:

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x}, u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{dx^2}, u_{xy} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \,. \qquad (2.2.4)$$

Sebagai contoh sederhana dari persamaan diferensial parsial dapat dilihat pada persamaan (2.2.4) berikut ini :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = cu \,.$$

(2.2.5)

Pada persamaan (2.2.4), $u = u(x, y)$ adalah suatu fungsi dengan dua peubah bebas $x$ dan , serta $c$ adalah konstanta. Karena derajat tertinggi dari turunan parsial yang muncul di dalam persamaan (2.2.4) adalah satu, maka persamaan (2.2.4) disebut persamaan diferensial parsial orde satu. Bagian utama dari persamaan (2.2.4) adalah $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ dengan fungsi $u$ selalu tergantung kepada lebih dari satu peubah Peubah $u$ yang diturunkan itu disebut dengan nilai peubah tak bebas yang diturunkan terhadap peubah bebas Peubah dari suatu persamaan diferensial parsial adalah banyaknya peubah bebas yang terdapat di dalam persamaan tersebut Persamaaan (2.2.4) adalah persamaan diferensial parsial dengan dua peubah $x$ dan $y$ .

## 2.3 Klasifikasi Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan differensial biasa dapat diklasifikasi berdasarkan hal-hal sebagai berikut:

a. Orde

**Definisi 2.3.1 (Xie, 2010)** *Orde persamaan diferensial adalah tingkat dari turunan tertinggi yang termuat dalam persamaan diferensial.*

**Contoh:**

$$\frac{dy}{dx} + \omega^2 y = \sin x, \tag{2.3.1}$$

disebut berorde satu

b. Derajat

**Definisi 2.3.2 (Xie, 2010)** *Derajat persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi yang memiliki oleh suatu fungsi pada persamaan diferensial tersebut.*

**Contoh:**

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right) = 0, \tag{2.3.2}$$

memiliki derajat dua.

c. Linier dan nonlinier

Pada persamaan differensial juga sering muncul bentuk-bentuk linier dan nonlinier.

**Definisi 2.3.2 (Xie, 2010)** *Secara umum persamaan diferensial biasa orde-* n *dapat ditulis dalam bentuk :*

$$a^n(x)\frac{d^ny}{dx_n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + ..... + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = f(x)\ . \quad (2.3.3)$$

Jika $a_0(x), a_1(x), ........ a_n(x)$ pada persamaan (2.3.1) adalah konstanta maka persamaan differensial tersebut dikatakan mempunyai koefisien konstanta, sebaliknya jika berbentuk variabel maka persamaan diferensial tersebut dikatakan persamaan diferensial dengan koefisien variabel. Akan tetapi, jika persamaan diferensial tidak dapat dituliskan dalam persamaan (2.3.1), maka persamaan diferensial itu disebut persamaan diferensial biasa nonlinier.

## 2.4 Model Matematika

Model matematika merupakan representasi simbolik dari suatu sistem atau fenomena nyata yang diformulasikan menggunakan struktur matematika seperti persamaan diferensial, aljabar, logika atau fungsi. Tujuan utama dari model perilaku sistem yang diteliti. Dalam proses pemodelan, berbagai komponen utama seperti variabel ( besarnya yang berubah sering waktu), parameter (nilai konstan yang mempengaruhi sistem), dan asumsi (penyederhanaan realistis) menjadi dasar untuk membangun hubungan matematika antara faktor-faktor yang terlibat.

Secara umum, pengembangan model matematika dimulai dari idetifikasi masalah, formulasi asumsi, penyusunan persamaan, analisis solusi baik secara analitik maupun numerik, dan validasi terhadap data empiris. Proses ini menghasilkan alat yang kuat untuk menilai skenario masa depan dan mengambil keputusan yang lebih rasional dan berbasis bukti( Boyce & Diprima, 2017).

## 2.5 Model Verhulst

Model Verhulst atau model pertumbuhan logistik merupakan salah satu model matematika yang digunakan untuk menggambarkan pertumbuhan suatu populasi yang dibatasi oleh kapasitas tertentu. Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Pierre François Verhulst pada tahun 1838 sebagai pengembangan dari model pertumbuhan eksponensial.

Bentuk umum model Verhulst dinyatakan dengan persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dp}{dt} = r P\left(1-\frac{P}{K}\right),$$

(2.5.1)

dimana:

P : adalah jumlah produksi padi pada waktu t,

r : adalah laju pertumbuhan produksi padi,

K : adalah kapasitas tampung maksimum produksi padi.

Persamaan ini menunjukkan bahwa laju pertumbuhan $\frac{dP}{dt}$ akan meningkat ketika P masih kecil, namun menurun ketika P semakin mendekati K. Hal ini yang menjadikan model logistik lebih realistis dibandingkan model pertumbuhan eksponensial (Boyce & Diprima, 2017).

Model Verhulst menggambarkan bahwa laju pertumbuhan produksi akan meningkatkan pada awal waktu, kemudian melambat seiring mendekati kapasitas maksimum K. Model ini sesuai digunakan dalam analisis produksi padi karena produksi tidak dapat meningkat tanpa batas akibat keterbatasan lahan dan sumber daya.

## 2.6 Metode Numerik

Metode numerik merupakan pendekatan matematis yang digunakan untuk memperoleh solusi hampiran dari suatu permasalahan matematika yang sulit atau tidak dapat diselesaikan secara analitik. Metode ini sangat diperlukan dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa yang menggambarkan fenomena nyata, seperti dinamika hasil produksi panen padi. Menurut Burden dan Faires (2011), metode numerik berperan penting dalam pemodelan sistem dinamis karena mampu memberikan solusi yang mendekati nilai sebenarnya dengan tingkat galat yang dapat dikendalikan.

Dalam penelitian ini, metode numerik digunakan untuk menyelesaikan model pertumbuhan Verhulst yang dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial biasa nonlinier, yaitu:

$$\frac{dP(t)}{dt} \quad r \quad P(t) \quad \left(1-\frac{P(t)}{K}\right),$$

(2.6.1)

dengan P(t) menyatakan hasil produksi panen padi pada waktu adalah laju t,r adalah laju pertumbuhan intrinsik, dan K merupakan kapasitas dukung maksimum. Persamaan tersebut tidak selalu mudah diselesaikan secara analitik untuk data riil, sehingga diperlukan metode numerik untuk memperoleh solusi hampiran. Secara umum, metode numerik untuk persamaan differensial biasa memerlukan nilai awal atau kondisi awal. Kondisi awal pada model Verhulst dinyatakan sebagai :

$$P(0) = P_{0\,,}$$

(2.6.2)

dengan $P_0$ merupakan hasil produksi panen padi pada waktu awal pengamatan. Nilai awal ini menjadi dasar perhitungan solusi numerik pada langkah-langkah selanjutnya. Menurut Chapra dan Canale (2015), pemilihan kondisi awal yang tepat sangat berpengaruh terhadap akurasi hasil perhitungan metode numerik.

Metode numerik bekerja dengan membagi interval waktu pengamatan menjadi beberapa subinterval dengan ukuran langkah hPada setiap langkah, nilai solusi dihitung secara bertahap menggunakan rumus tertentu. Untuk suatu persamaan diferensial umum:

$$\frac{dy}{dt} \qquad f(t,y),$$

(2.6.3)

metode numerik akan menghasilkan pendekatan nilai solusi $y_{n+1}$ bedasarkan nilai sebelumnya $y_n$. Dalam konteks penelitian ini fungsi f(t,y) didefinisikan sebagai :

$$f(t, P) = r\,P\left(1 - \frac{P}{K}\right), \qquad (2.6.4)$$

Menurut Atkinson (1989), metode numerik dibedakan menjadi metode satu langkah dan metode banyak langkah (multistep). Metode satu langkah, seperti metode Euler dan Runge-Kutta, hanya menggunakan satu nilai sebelumnya, sedangkan metode banyak langkah, seperti metode Adams-Basforth-Moulton, menggunakan beberapa nilai sebelumnya untuk meningkatkan akurasi.

Penggunaan metode numerik dalam analisis hasil produksi panen padi memungkinkan peneliti untuk memperoleh gambaran numerik mengenai perkembangan produksi dari waktu ke waktu. Dengan bantuan metode numerik, hasil produksi panen padi di Kabupaten Agam dapat dianalisis secara lebih akurat, terutama dalam menggambarkan pola pertumbuhan yang dipengaruhi oleh keterbatasan sumber daya lahan dan faktor lingkungan.

### 2.6.1 Metode Runge–Kutta Orde Empat

Salah satu metode yang relatif sederhana dan cukup akurat yang sering digunakan adalah metode Runge-Kutta. Menurut Butcher (2016), metode Runge–Kutta orde empat termasuk metode eksplisit yang mampu memberikan tingkat akurasi tinggi melalui penggabungan beberapa evaluasi fungsi dalam satu langkah iterasi. Versi yang paling populer dan sering digunakan dalam berbagai penelitian ilmiah adalah Metode

Runge–Kutta Orde 4 (RK4) karena stabil, akurat, dan efisien secara komputasi (Burden & Faires, 2011; Chapra & Canale, 2015). Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindari keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan fungsi f(t,y) pada titik terpilih dalam setiap langkah. Metode Runge-Kutta adalah metode persamaan differensial.

Diperhatikan persamaan differensial tingkat satu:

$$\frac{dy}{dx} f(t,y), \qquad a \le x \le b \qquad y(x_0) = y_{0,} \tag{2.6.5}$$

tahap awal penyelesaian numerik adalah dengan menentukan titik-titik dalam jarak yang sama didalam interval [a, b] yaitu dengan menerapkan

$$t_n = x_0 + rh, \qquad r = 0,1,2,...,n \tag{2.6.6}$$

dimana h menyatakan jarak antar titik yang dirumuskan oleh

$$h = \frac{b-a}{n} \quad , \tag{2.6.7}$$

yang juga biasa dikenal sebagai lebar langkah (step size).

Bentuk umum metode Runge-Kutta orde-n ialah :

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^{s} a_i k_i \tag{2.6.8}$$

dengan

$$k_1 = hf(t_n, y_n), \tag{2.6.9}$$

$$k_i = hf(t_n + p_{ih,} y_n + \sum_{j=1}^{i-1} q_{ij} k_i), i = 2,3,...,s. \tag{2.6.10}$$

dimana:

$h$ : ukuran langkah (step size)

$a_i$ : koefisien pembobot

$p_i, q_{ij}$ : parameter metode

$k_i$ : nilai kemiringan pada tahap ke-i

$s$ : banyak tahap (stage).

Perhatikan bahwa semua harga k berhubungan secara rekurensi. Artinya, $k_1$ muncul dalam persamaan untuk $k_2$, yang muncul lagi dalam persamaan untuk $k_3$ dan seterusnya. Rekurensi ini membuat metode Runge-Kutta efisien untuk kalkulasi oleh komputer.

Untuk menyelesaikan persamaan diferensial pada penelitian ini digunakan metode Runge-Kutta orde empat(RK4). Metode ini menhitung empat nilai kemiringan pada setiap langkah untuk memperoleh pendekatan solusi yang lebih akurat. Rumus metode Runge-Kutta orde 4 sebagai berikut:

Metode Runge-Kutta yang paling populer adalah orde keempat, karena kombinasi akurasi tinggi stabilitas yang baik, dan komplesitas perhitungan yang masih efesien. Berikut ini seringkali disebut dengan metode Runge-Kutta kla sik adalah sebagai berikut:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad .$$

(2.6.11)

dimana :

$k_1 = hf(t_n, y_n)$,

(2.6.12)

$$k_2 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right), \quad (2.6.13)$$

$$k_3 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2\right), \quad (2.6.14)$$

$$k_4 = hf(t_n + h, y_n + k_3). \quad (2.6.15)$$

Dalam penelitian ini, metode Runge-Kutta orde empat digunakan untuk memperoleh nilai awal produksi hasil panen padi bedasarkan model Verhulst. Nilai awal tersebut kemudian digunakan sebagai input pada metode Adams-Basforth-Moulton untuk menganalisis dinamika produksi padi di Kabupaten Agam.

2.6.2 Metode Adams–Bashforth-Moulton Orde Empat

Penyelesaian Persamaan diferensial biasa dengan menggunakan metode Adams-Basforth-Moulton Orde Empat adalah proses mencari nilai fungsi p(t)pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa non linear orde satu $y' = f(t,p)$ dan nilai awal $y\left(t_0\right) = p_0$ yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor. Nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adams-Basforth-Moulton orde empat dapat diperoleh dari metode satu langkah (one-step method). Untuk mendapatkan kombinasi hasil yang baik, metode Runge-Kutta orde empat dapat digunakan bersama metode Adams-Basforth-Moulton orde empat. Diberikan persamaan diferensial non linier orde satu dengan nilai awal $y = \left(t_0\right) = p_0$ sebagai berikut.

$$y' = f(t,p \qquad (t).$$

(2.6.16)

Persamaan (2.6.1) diintegralkan dari $x_n$sampai$x_{n+1} = x_n + h$untuk mendapatkansolusi $p_{n+1}$ pada titik $x_{n+1}$, sehingga diperoleh

$$\int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{dy}{dx}\, dx = \int_{x_n}^{x_{n+1}} y' = f(x,y\,(x))\, dx\,, \qquad (2.6.17)$$

$$y(x)\Big|_{x_n}^{x_{n+1}} = \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x,y\,(x))\, dx\,, \qquad (2.6.18)$$

$$y(x_{n+1}) - y\,(x_n) = \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x,y\,(x))\, dx\,, \qquad (2.6.19)$$

$$y_{n+1} = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x,y\,(x))\, dx\,. \qquad (2.6.20)$$

Rumus prediktor ($y^{p}_{n+1}$) diperoleh dengan subsitusi interpolasi arah mundur Newton derajat-3 untuk $y' = f(x,p(x))$ yang terdefenisi pada titik-titik $x_n$, $x_{n-1,}$ $x_{n-2.}$ Jika dinotasikan $f(x_{n+i,}\ y(x_{n+i,})) = f_{n+i}$ dan digunakan $\nabla^k f_{n+i}$ sebagai bentuk operasi selisih mundur derajat-k dari fungsi $f_{n+1}$ maka diperoleh hasil sebagai berikut :

$$y^{p}_{n+1} = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} \left[ f_n + \frac{\nabla_{f_n}}{1!h} (x-x_n)(x-x_{n-1}) + \frac{\nabla^3 f_n}{3!h^3} (x-x_n)(xx_{n-2}) \right] dx \quad . \quad (2.6.21)$$

Apabila persamaan (2.6.1) dan (2.6.2) yaitu persamaan prediktor dan korektor Adam-Basforth-Moulton orde-4 dengan sebagain berikut:

### 2.6.3 Metode Adam - Basforth

Metode Adam-Basforth Merupakan metode multi-step eksplisit yang menggunakan nilai turunan f pada beberapa titik sebelumnya untuk memkirakan nilai solusi pada titik berikutnya tanpa perlu menyelesaikan persamaan tambahan secara iteratif.

Pada formula Adam-Basforth orde-4, pendekatan solusi diberikan oleh :

$$y^{p}_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}), \qquad (2.6.22)$$

Formula ini menghasilkan nilai prediksi awal yang ditulis sebagai berikut:

$$y^{(0)}_{n+1\,,} \qquad (2.6.23)$$

Yang kemudian akan dikoreksi untuk memperoleh aproksimasi akhir solusi (Sumon &Nurulhoque, 2023). Metode Adams-Basforth sangat populer karena kemampuan memberikan prediksi awal yang akurat dan kompleksitas komputasi yang relatif dibandingkan beberapa metode lain (Sumon &Nurulhoque, 2023).

2.6.4 Metode Adams-Moulton

Metode Adams-Moulton adalah metode multi-step implisit yang menggunakan turunan pada titik berikutnya ($t_{n+1}$), sehingga menghasilkan pendekatan yang lebih stabil dan akurat.

Untuk orde-4, rumus Adams-Moulton diberikan oleh :

$$y^{p}_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9f_{n+1} - 19f_n + 5f_{n-1} - f_{n-2}). \qquad (2.6.24)$$

dengan $f_{n+1=}f(t_{n+1,}\ y_{n+1})$. Karena $y_{n+1}$ juga muncul di sisi kanan, kebutuhan nilai awal membuat metode implisit ini memanfaatkan nilai prediksi dari Adams-Moulton sebagai masukan (Kapita et al, 2025; JUSTER, 2026).

Dalam skema predictor-corrector,langkah korektor dinyatakan sebagai berikut :

$$y^{1}_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9f_{n+1} - 19f_n + 5f_{n-1} - f_{n-2}). \qquad (2.6.25)$$

dimana $y^{1}_{n+1}$adalah nilai akhir solusi pada langkah waktu tersebut setelah dikoreksi.

## 2.7 Galat

Galat (error) merupakan selisih antara nilai sebenarnya (nilai eksak) dengan nilai hampiran (aproksimasi) yang diperoleh melalui metode numerik. Dalam penyelesaian persamaan diferensial menggunakan metode numerik, galat tidak dapat dihindari karena hasil yang diperoleh bukan merupakan solusi eksak, melainkan pendekatan terhadap solusi sebenarnya.

Secara umum, galat dapat dinyatakan sebagai:

Galat = Nilai Sebenarnya - Nilai Hampiran

Dalam analisis metode numerik, galat digunakan untuk mengukur tingkat ketelitian dan keakuratan suatu metode yang digunakan.

### 2.7.1 Jenis -Jenis Galat

Beberapa jenis galat yang sering digunakan dalam metode numerik adalah sebagai berikut:

1. Galat Absolut (Absolute Error)
   Galat absolut adalah nilai mutlak dari selisih antara nilai sebenarnya dengan nilai hampiran, yang dirumuskan sebagai:

$$E_a = \left| x_{sebenarnya} - x_{hampiran} \right|$$

2. Galat Relatif (Relative Error)
   Galat relatif merupakan perbandingan antara galat absolut dengan nilai sebenarnya, yang dirumuskan sebagai:

$$E_r = \left| \frac{x_{sebenarnya} - x_{hampiran}}{x_{sebenarnya}} \right|$$

3. Galat Relatif Persen (Percentage Relative Error)
   Galat relatif persen merupakan bentuk persen dari galat relatif, yang dirumuskan sebagai:

$$E_p = \left| \frac{x_{sebenarnya} - x_{hampiran}}{x_{sebenarnya}} \right| \times 100\%$$

### 2.7.2 Galat dalam Metode Numerik

Dalam metode numerik, khususnya pada metode Runge–Kutta dan Adams–Bashforth–Moulton, galat dapat terjadi akibat beberapa faktor, antara lain:

- Kesalahan pembulatan (round-off error)
- Kesalahan pemotongan (truncation error)
- Penggunaan ukuran langkah (step size) yang kurang tepat

Semakin kecil ukuran langkah (*h*), maka umumnya galat yang dihasilkan akan semakin kecil, namun akan meningkatkan jumlah perhitungan.

### 2.7.3 Galat Relatif

Dalam penelitian ini, galat yang digunakan adalah galat relatif persen, yang dihitung untuk mengukur tingkat akurasi hasil metode Adams–Bashforth–Moulton terhadap data aktual produksi padi.

Rumus yang digunakan adalah:

$$\text{Galat relatif (\%)} = \left|\frac{y_{aktual} - y_{numerik}}{y_{aktual}}\right| \times 100\%$$

dimana:

- $y_{aktual}$ data produksi padi sebenarnya
- $y_{numerik}$ hasil perhitungan metode numerik

Nilai galat yang kecil menunjukkan bahwa metode numerik yang digunakan memiliki tingkat akurasi yang baik dalam memodelkan data produksi padi.