SKRIPSI

PENERAPAN MODEL VERHULST DENGAN METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON ORDE 4 PADA HASIL PANEN PADI

(Studi Kasus : Data Panen Padi di Kabupaten Agam)

Oleh:

FARIDATUL AWALI

22190008

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA

FAKULTAS FARMASI SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS DHARMA ANDALAS

PADANG

2026

TANDA TANGAN PERSETUJUAN SKRIPSI

Dengan ini pembimbing skripsi Program studi Strata (SI) Matematika Universitas Dharma Andalas menyatakan bahwa:

Nama	: Faridatul Awali
No. Bp	: 22190008
Prodi	: S1 Matematika
Judul Skripsi	: Penerapan Model Verhulst dengan Metode Adams-Basforth- Moulton orde 4 pada Hasil Panen Padi.

Telah diuji pada ujian Komprehensif sesuai dengan prosedur, ketentuan dan kelaziman yang berlaku.

Pembimbing I

Maya Sari Syahrul
NIDN. 103012198301

Mengetahui:
Dekan Fakultas Farmasi, Sains Dan Teknologi.

Dr.apt.Rustini, M.Si
NIDN. 0003066508

Disetujui Oleh:
KA.Prodi S1Matematika Universitas Dharma Andalas.

Iswan Rina, S.Si, M.Si
NIDN. 1011078403

HALAMAN PENGESAHAN

PENERAPAN MODEL VERHULST DENGAN METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON ORDE 4 PADA HASIL PANEN PADI

SKRIPSI

Diajukan Untuk Melengkapi Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Oleh :
FARIDATUL AWALI
22190008

Pembimbing I

Maya Sari Syahrul
NIDN. 103012198301

Mengetahui:
Dekan Fakultas Farmasi, Sains Dan Teknologi.

Dr.apt.Rustini, M.Si
NIDN. 0003066508

Disetujui Oleh:
KA.Prodi S1 Matematika Universitas Dharma Andalas.

Iswan Rina, S.Si, M.Si
NIDN. 1011078403

HALAMAN PERNYATAAN ORISIONNILITAS

Saya bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Faridatul Awali

No. Bp : 22190008

Program Studi : S1 Matematika

Menyatakan bahwa skripsi dengan judul **"PENERAPAN MODEL VERHULST DENGAN METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON ORDE 4 PADA HASIL PANEN PADI"** benar-benar hasil karya saya sendiri, bukan penjiplakan dari karya orang lain. Jika terdapat atau temuan lain dalam skripsi ini itu pun telah saya kutip dan saya rujuk serta dinyatakan dengan benar bedasarkan kode etik ilmiah dalam daftar pustaka

Apabila kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil plagiat, maka saya bersedia menerima saksi berupa pencabutan gelar akademik yang saya peroleh terkait skripsi ini.

Padang, 10 Maret 2026

10000
METERAI TEMPEL
0BCDEAOX007165725

Faridatul Awali

22190008

HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI

Saya bertanda tangan dibawah ini :

Nama	: Faridatul Awali
No. Bp	: 22190008
Prodi	: S1 Matematika
Judul Skripsi	: Penerapan Model Verhulst dengan Metode Adams-Basforth- Moulton orde 4 pada Hasil Panen Padi.

Memberikan izin kepada pembimbing dan Universiatas Dharma Andalas untuk mempublikasikan hasil penelitian saya untuk kepentingan akademik apabila dalam waktu 1 (satu) tahun tidak mempublikasikan karya penelitian saya. Dalam kasus ini saya setuju untuk menempatkan pembimbing sebagai penulis korespondensi (*correspndingauthot).*

Dengan pernyataan ini saya buat dalam keadaan sadar dan tanpa paksaan dari siapapun.

Padang, 10 Maret 2026

Faridatul Awali

22190008

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

A. Identitas Pribadi

Nama	: Faridatul Awali
Jenis kelamin	: Perempuan
Tempat/Tanggal Lahir	: Mancuang, 27 November 2003
Agama	: Islam
Nama Ayah	: Joni
Nama Ibu	: Irdayanti
Alamat	: Mancuang
Negara	: Indonesia

B. Pendidikan

SD	: Tahun 2010 - 2026 SD N 07 Mancuang
SMP	: Tahun 2016 - 2019 SMP N 03 Baso
SMA	: Tahun 2019 - 2022 SMA N 01 Baso
Kuliah	: Tahun 2022 - 2026 Universitas Dharma Andalas

Demikian daftar riwayat hidup ini saya buat sesungguhnya.

Padang, 07 Maret 2026

Penulis,

Faridatul Awali

22190008

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat, taufik, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"Penerapan Model Verhulst dengan Metode Adams–Bashforth–Moulton Orde 4 Pada Hasil Panen Padi "** yang merupakan syarat untuk memperoleh gelar Sarjana (S.Si) Jurusan Program Studi SI Matematika pada Fakultas Farmasi Sains dan Teknologi Universitas Dharma Andalas Padang.

Dalam penulisan skripsi ini, tidak terlepas dari dukungan dan bantuan dari berbagai pihak secara moral maupun materi. Oleh karena itu dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan banyak terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Rustini, M.Si selaku Dekan Fakultas Farmasi, Sains dan Teknologi Universitas Dharma Andalas.
2. Ibu Iswan Rina, M.Si selaku ketua Program Studi Matematika Universitas Dharma Andalas.
3. Ibu Maya Sari Syahrul, M.Si selaku Pembimbing I yang telah meluangkan waktu, tenaga dan pikiran untuk memberikan bimbingan dan arahan kepada penulis, sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
4. Ibu Nurweni Putri, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan kritikan dan saran penulis skripsi menjadi lebih baik.
5. Seluruh dosen S1 Matematika Universitas Dharma Andalas yang telah memberikan ilmu pengetahuan selama bangku perkuliahan.
6. Kedua orang tua penulis, Ayah Joni dan Ibu Irdayanti, Mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada orang tua tercinta atas segala doa, kasih sayang, pengorbanan, dukungan maupun doa yang tiada henti diberikan. Tanpa cinta dan ketulusan Ayah dan Ibu, saya tidak akan mampu menyelesaikan skripsi ini. Semoga segala kebaikan dan pengorbaanan yang telah diberikan dibalas oleh Allah SWT dengan kesehatan dan kebahagiaan yang berlimpah.
7. Ketiga saudara penulis Wina Puspita Sari, Abdul Azim dan Putra Sikumbang terima kasih yang selalu menjadi penyemangat dalam proses penyusun skripsi

ini. Walaupun sering bercanda dan berbeda pendapat, kehadiranmu selalu membawa semangat dan kebahagiaan. Semoga kita selalu bisa saling mendukung dan membanggakan orang tua.

8. Terima kasih kepada teman seperjuangan penulis Muhimmatul Jannah, Salsabila Mirza, Meilianti, Rara Elsa Febrianti dan Lusi Darmawanti yang selalu memberikan semangat dan kebersamaan selama proses penyusunan skripsi ini. Diskusi, canda tawa dan dukungan kalian menjadi penyemangat tersendiri dalam menghadapi berbagai tantangan. Semoga persahabatan ini tetap terjaga dan kita semua diberikan kesuksesan dimasa depan.
9. Terima kasih kepada pihak-pihak yang mungkin tidak dapat saya sebutkan satu per satu, yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu dalam penyusunan skripsi ini. Setiap bantuan, doa dan dukungan yang diberikan sangat berarti bagi saya.
10. Terima kasih kepada diri saya sendiri yang telah berjuang dengan kesabaran dan bertanggung jawab dalam menyelesaikan skripsi ini. Terima kasih karena tidak menyerah di tengah proses yang penuh tantangan. Semoga pencapaian ini menjadi awal langkah-langkah berikutnya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu penulis mengharapkan kritikan dan saran yang membangun agar skripsi ini menjadi lebih baik dan mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat baik bagi penulis maupun bagi pembaca.

Padang, 07 Maret 2026

Penulis,

Faridatul Awali

22190008

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan memprediksi hasil panen padi di Kabupaten Agam menggunakan model pertumbuhan logistik Verhulst dengan menerapkan metode Runge–Kutta orde 4 dan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4. Data produksi padi tahun 2018–2025 digunakan sebagai dasar dalam mengestimasi parameter model serta menggambarkan dinamika pertumbuhan produksi padi. Metode Runge–Kutta orde 4 digunakan untuk memperoleh nilai awal yang presisi, sedangkan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4 berfungsi sebagai metode prediktor–korektor untuk mendapatkan solusi numerik yang lebih akurat. Hasil analisis menunjukkan bahwa model Verhulst mampu memodelkan pola pertumbuhan produksi padi dengan baik, meskipun terdapat fluktuasi signifikan pada beberapa tahun akibat faktor eksternal. Metode numerik yang digunakan memberikan galat relatif kecil dan mampu menghasilkan estimasi produksi yang stabil, sehingga model ini dapat dijadikan sebagai alat bantu dalam perencanaan dan pengambilan keputusan di sektor pertanian Kabupaten Agam.

Kata Kunci: Model Verhulst, Produksi Padi, Runge–Kutta Orde 4, Adams–Bashforth–Moulton Orde 4, Pertumbuhan Logistik, Metode Numerik.

ABSTRACT

This study aims to analyze and predict rice harvest production in Agam Regency using the Verhulst logistic growth model by applying the fourth-order Runge–Kutta method and the fourth-order Adams–Bashforth–Moulton method. Rice production data from 2018 to 2025 were used as the basis for estimating model parameters and describing the dynamics of rice production growth. The fourth-order Runge–Kutta method was used to obtain accurate initial values, while the fourth-order Adams–Bashforth–Moulton method functioned as a predictor–corrector method to obtain a more accurate numerical solution. The results show that the Verhulst model is able to represent the pattern of rice production growth quite well, although there are fluctuations in several years. The numerical methods used produce relatively small errors, so this model can be used as an approach to predict rice production and as a consideration in agricultural planning in Agam Regency.

Keyword: *Verhulst Model, Rice Production, Fourth-Order Runge–Kutta Method, Fourth-Order Adams–Bashforth–Moulton Method, Logistic Growth, Numerical Method.*

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Padi (*Oryza sativa Linnaeus)* merupakan tanaman pangan yang sangat penting karena beras masih digunakan sebagai makanan pokok bagi sebagian besar penduduk dunia terutama Asia sampai sekarang. Sekitar 1.750 juta jiwa, dari 3 miliar penduduk Asia termasuk 200 juta penduduk Indonesia, sangat bergantung kebutuhan kalorinya dari beras. Sementara 100 juta dari 1,2 miliar penduduk Afrika dan Amerika hidup dengan mengkonsumsi beras. Di negara-negara Asia pada umumnya beras memiliki nilai ekonomis sangat berarti oleh karena, itu padi dapat mempengaruhi kestabilan politik, ekonomi dan pertanian negara, serta mempengaruhi biaya kerja dan harga bahan lainnya (Andoko,2010).

Kabupaten Agam merupakan salah satu daerah di Provinsi Sumatera Barat yang memiliki potensi besar di sektor pertanian, khususnya produksi padi. Kondisi geografis yang mendukung, ketersediaan lahan sawah, serta sistem irigasi yang relatif baik menjadikan Kabupaten Agam sebagai salah satu pusat produksi padi. Namun, produksi hasil panen padi tidak selalu mengalami peningkatan setiap tahunnya. Produksi padi dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti luas lahan tanam, kondisi cuaca, penggunaan teknologi pertanian, serta perubahan pola tanam petani (BPS Kabupaten Agam, 2023).

Ketidakstabilan produksi padi menjadi permasalahan penting karena dapat berdampak pada ketersediaan pangan dan stabilitas ekonomi daerah. Oleh karena itu, diperlukan suatu pendekatan ilmiah yang mampu menganalisis dan memprediksi perkembangan produksi padi dari waktu ke waktu. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan adalah melalui pemodelan matematika. Model matematika dapat menggambarkan fenomena nyata ke dalam bentuk persamaan matematis sehingga perilaku sistem dapat dianalisis secara kuantitatif (Widodo, 2018).Model Verhulst atau model pertumbuhan logistik merupakan salah satu model matematika yang banyak digunakan untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan yang dibatasi oleh kapasitas tertentu. Dalam pertanian model Verhulst dapat digunakan untuk memodelkan pertumbuhan produksi padi dengan mempertimbangkan adanya batas kapasitas tampung produksi yang dipengaruhi oleh kondisi lahan dan sumber daya yang tersedia. Untuk memperoleh solusi numerik yang mampu memberikan hasil yang akurat dan stabil. Metode Adams-Basforth-Moulton merupakan metode multistep yang terdiri dari tahap prediktor dan korektor, sehingga dikenal memiliki tingkat akurasi yang baik dalam menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Metode ini juga efisien dalam komputasi dan banyak digunakan dalam analisis permasalahan yang melibatkan data runtun waktu.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini dilakukan untuk menganalisis produksi hasil panen padi di Kabupaten Agam menggunakan model Verhulst dengan metode Adams-Basforth-Moulton. Diharapkan hasil penelitian ini dapat memberikan gambaran pola pertumbuhan produksi padi serta menjadi bahan pertimbangan bagi pihak terkait dalam merumuskan kebijakan dan strategi peningkatan produksi pertanian, khususnya di Kabupaten Agam.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model Verhulst dari panen padi di Kabupaten Agam
2. Perhitungan 4 data awal dengan Metode Runge Kutta orde 4?
3. Bagaimana perhitungan prediktor dan korektor pada Metode Adam Basforth-Moulton?
4. Bagaimana penerapan hasil model perbandingan panen padi antara data dan hasil estimasi model Verhulst dengan Metode Adam-Basforth -Moulton?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini penulis membatasi permasalahan pada beberapa ketentuan anatara lain :

1. Persamaan diferensial biasa nonlinier yang digunakan dalam penelitian ini adalah persamaan logistik (model Verhulst) untuk menggambarkan pertumbuhan hasil panen padi .

2. Model Verhulst yang digunakan diberikan nilai awal $P(t_0) = P_0$ dan ukuran langkah h yang telah ditentukan bedasarkan hasil panen padi tahunan.
3. Metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan model Verhulst dibatasi pada metode Adam Basforth Moulton orde 4(ABM).
4. Analisis ini difokuskan pada hasil estimasi produksi panen padi, yaitu nilai prediktor dan korektor tanpa membahas pengaruh faktor eksternal seperti iklim, pupuk,dan kebijakan pertanian.
5. Data yang digunakan adalah data hasil produksi panen padi tahunan yang bersumber dari BPS Kabupaten Agam.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui model Verhulst dari panen padi di Kabupaten Agam
2. Perhitungan 4 data awal dengan Metode Runge Kutta orde 4.
3. Mengetahui perhitungan prediktor dan korektor pada Metode Adam Basforth-Moulton orde 4.
4. Mengetahui penerapan hasil model perbandingan panen padi antara data dan hasil estimasi model Verhulst dengan metode Adam-Basforth -Moulton.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini disusun dalam lima bab. Bab I berisi pendahuluan yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II membahas landasan teori yang berkaitan dengan padi, produksi pertanian, model Verhulst, serta metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4. Bab III menjelaskan metode penelitian yang digunakan, termasuk data dan tahapan analisis. Bab IV menyajikan hasil pembahasan dan analisis dari model yang dibangun. Bab V berisi kesimpulan dan saran berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan.

BAB ll

LANDASAN TEORI

2.1 Persamaan Diferensial

Banyak masalah yang sangat penting dalam ilmu matematika, ilmu fisika, ilmu sosial dan yang lainnya, ketika memformulasikan dalam bentuk matematika mensyaratkan fungsi yang memenuhi persamaan yang memuat satu atau lebih turunan-turunan dari fungsi yang tidak diketahui. Persamaan-persamaan di atas disebut persamaan diferensial (Wahyu dan Nur, 2015).

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang mengandung fungsi dan turunan. Bentuk persamaannya salah satunya adalah persamaan diferensial. Persamaan diferensial adalah suatu relasi yang menyangkut satu atau lebih turunan dari sebuah fungsi yang tak diketahui dan mungkin fungsi itu sendiri (Maya dan Rachmawati, 2018).

Bentuk umum persamaan differensial yaitu:

$$f(x)\,dx + g(x)\;dy = 0\,, \tag{2.1.1}$$

Selanjutnya, Persamaan differensial dapat pula dinotasikan sebagai $y' = \frac{dy}{dx}$ atau $t' = \frac{dx}{dt}$, Penyelesaian persamaan differensial adalah fungsi yang turunannya tertulis dalam persamaan tersebut. Jika fungsi tersebut disubstitusikan ke dalam persamaan diferensial akan menghasilkan suatu identitas. Persamaan diferensial mempunyai dua macam penyelesaian, yaitu penyelesaian umum dan penyelesaian khusus.

Penyelesaian umum adalah penyelesaian yang masih memuat konstanta, sedangkan penyelesaian khusus adalah penyelesaian yang sudah tidak memuat konstanta. Penyelesaian khusus ditentukan dengan bantuan syarat bantu, yaitu syarat awal (nilai awal) atau syarat batas. Persamaan diferensial disajikan beserta syarat awalnya seperti berikut:

$$x' = f(t,x), x(t_0) = x_0\,. \tag{2.1.2}$$

disebut masalah nilai awal. Penyelesaian masalah nilai awal adalah penyelesaian dari permasalahan diferensial yang memenuhi syarat awal yang diberikan. Jika permasalahan tersebut dapat diselesaikan secara analitik, maka penyelesaian yang dihasilkan disebut penyelesaian sejati (penyelesaian yang sesungguhnya).

Namun, terkadang masalah nilai awal muncul dalam bentuk yang rumit, sehingga tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik. Jika metode analitik tidak dapat lagi diterapkan, maka penyelesaian tersebut dapat dicari dengan metode numerik. Penyelesaian yang dihasilkan metode numerik disebut penyelesaian hampiran (pendekatan terhadap penyelesaian sejati). Penyelesaian hampiran tidak tepat sama dengan penyelesaian sejati, sehingga ada selisih antara keduanya.

2.2 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan differensial biasa (ordinary differential equation) adalah suatu persamaan yang turunan fungsinya hanya bergantung pada satu variabel terikat (dependent variable. Berikut contoh dari persamaan pertumbuhan dengan bentuk persamaannya yaitu :

$$\frac{d\,Q\,(t)}{dt}\;k\,Q\,(t)\,. \qquad (2.2.1)$$

dengan $Q(t)$ menunjukkan jumlah partikel dalam waktu t, dan k adalah konstanta pertumbuhan.

Definisi 2.2.1 (Wartono,2009) *persamaan differensial biasa orde-n adalah suatu persamaan yang mempunyai bentuk umum,*

$$F\,(y, y'y''y''', \ldots, y^n) = f(x)\,.$$

(2.2.2)

dengan tanda aksen menunjukkan turunan terhadap x, yaitu $y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$, dan seterusnya.

Berdasarkan jenisnya terdapat persamaan differensial biasa dapat dikelompokkan sebagai berikut yaitu:

1. Persamaan Differensial Biasa (PDB)

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat turunan terhadap fungsi yang memuat satu variabel bebas jika x adalah fungsi dari maka berikut ini adalah contoh persamaan diferensial biasa dalam persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt}\ t^2 + cos\ x\ . \tag{2.2.3}$$

Orde dari persamaan diferensial adalah turunan tertinggi pada fungsi yang tidak diketahui (peubah tak bebas) yang muncul dalam persamaan diferensial. Persamaan diferensial (2.2.3) memiliki orde satu.

2. Persamaan Diferensial Parsial (PDP)

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat turunan-turunan parsial atau dapat dikatakan persamaan yang turunan fungsinya memuat lebih dari satu variabel bebas Turunan parsial dinotasikan dengan subskrip sebagai berikut:

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x}\ , u_{xx}\ = \frac{\partial^2 u}{dx^2}\ , u_{xy}\ = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\ .$$

(2.2.4)

Sebagai contoh sederhana dari persamaan diferensial parsial dapat dilihat pada persamaan (2.2.4) berikut ini :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = cu\ .$$

(2.2.5)

Pada persamaan (2.2.4), $u = u\ \ (x, y)$ adalah suatu fungsi dengan dua peubah bebas x dan , serta c adalah konstanta. Karena derajat tertinggi dari turunan parsial yang muncul di dalam persamaan (2.2.4) adalah satu, maka persamaan (2.2.4) disebut persamaan diferensial parsial orde satu. Bagian utama dari persamaan (2.2.4) adalah $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}$ dengan fungsi u selalu tergantung kepada lebih dari satu peubah Peubah u yang diturunkan itu disebut dengan nilai peubah tak bebas yang diturunkan terhadap peubah bebas Peubah dari suatu persamaan diferensial parsial adalah banyaknya peubah bebas yang terdapat di dalam persamaan tersebut Persamaaan (2.2.4) adalah persamaan diferensial parsial dengan dua peubah x dan y.

2.3 Klasifikasi Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan differensial biasa dapat diklasifikasi berdasarkan hal-hal sebagai berikut:

a. Orde

Definisi 2.3.1 (Xie, 2010) *Orde persamaan diferensial adalah tingkat dari turunan tertinggi yang termuat dalam persamaan diferensial.*

Contoh:

$$\frac{dy}{dx}+\omega^2 y = sin\, x, \qquad (2.3.1)$$

disebut berorde satu

b. Derajat

Definisi 2.3.2 (Xie, 2010) *Derajat persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi yang memiliki oleh suatu fungsi pada persamaan diferensial tersebut.*

Contoh:

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0, \qquad (2.3.2)$$

memiliki derajat dua.

c. Linier dan nonlinier

Pada persamaan differensial juga sering muncul bentuk-bentuk linier dan nonlinier.

Definisi 2.3.2 (Xie, 2010) *Secara umum persamaan diferensial biasa orde-n dapat ditulis dalam bentuk :*

$$a^n(x)\ \frac{d^ny}{dx_n}+a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\ldots..+a_1(x)\frac{dy}{dx}+a_0(x)y=f(x)\,. \qquad (2.3.3)$$

Jika $a_0(x), a_1(x), \ldots\ldots\ldots a_n(x)$ pada persamaan (2.3.1) adalah konstanta maka persamaan differensial tersebut dikatakan mempunyai koefisien konstanta, sebaliknya jika berbentuk variabel maka persamaan diferensial tersebut dikatakan persamaan diferensial dengan koefisien variabel. Akan tetapi, jika persamaan diferensial tidak dapat dituliskan dalam persamaan (2.3.1), maka persamaan diferensial itu disebut persamaan diferensial biasa nonlinier.

2.4 Model Matematika

Model matematika merupakan representasi simbolik dari suatu sistem atau fenomena nyata yang diformulasikan menggunakan struktur matematika seperti persamaan diferensial, aljabar, logika atau fungsi. Tujuan utama dari model perilaku sistem yang diteliti. Dalam proses pemodelan, berbagai komponen utama seperti variabel (besarnya yang berubah sering waktu), parameter (nilai konstan yang mempengaruhi sistem), dan asumsi (penyederhanaan realistis) menjadi dasar untuk membangun hubungan matematika antara faktor-faktor yang terlibat.

Secara umum, pengembangan model matematika dimulai dari idetifikasi masalah, formulasi asumsi, penyusunan persamaan, analisis solusi baik secara analitik maupun numerik, dan validasi terhadap data empiris. Proses ini menghasilkan alat yang kuat untuk menilai skenario masa depan dan mengambil keputusan yang lebih rasional dan berbasis bukti(Boyce & Diprima, 2017).

2.5 Model Verhulst

Model Verhulst atau model pertumbuhan logistik merupakan salah satu model matematika yang digunakan untuk menggambarkan pertumbuhan suatu populasi yang dibatasi oleh kapasitas tertentu. Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Pierre François Verhulst pada tahun 1838 sebagai pengembangan dari model pertumbuhan eksponensial.

Bentuk umum model Verhulst dinyatakan dengan persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dp}{dt} = r\,P\left(1 - \frac{P}{K}\right), \tag{2.5.1}$$

dimana:

P : adalah jumlah produksi padi pada waktu t,

r : adalah laju pertumbuhan produksi padi,

K : adalah kapasitas tampung maksimum produksi padi.

Persamaan ini menunjukkan bahwa laju pertumbuhan $\frac{dP}{dt}$ akan meningkat ketika P masih kecil, namun menurun ketika P semakin mendekati K. Hal ini yang menjadikan model logistik lebih realistis dibandingkan model pertumbuhan eksponensial (Boyce & Diprima, 2017).

Model Verhulst menggambarkan bahwa laju pertumbuhan produksi akan meningkatkan pada awal waktu, kemudian melambat seiring mendekati kapasitas maksimum K. Model ini sesuai digunakan dalam analisis produksi padi karena produksi tidak dapat meningkat tanpa batas akibat keterbatasan lahan dan sumber daya.

2.6 Metode Numerik

Metode numerik merupakan pendekatan matematis yang digunakan untuk memperoleh solusi hampiran dari suatu permasalahan matematika yang sulit atau tidak dapat diselesaikan secara analitik. Metode ini sangat diperlukan dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa yang menggambarkan fenomena nyata, seperti dinamika hasil produksi panen padi. Menurut Burden dan Faires (2011), metode numerik berperan penting dalam pemodelan sistem dinamis karena mampu memberikan solusi yang mendekati nilai sebenarnya dengan tingkat galat yang dapat dikendalikan.

Dalam penelitian ini, metode numerik digunakan untuk menyelesaikan model pertumbuhan Verhulst yang dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial biasa nonlinier, yaitu:

$$\frac{dP(t)}{dt}\ r\,P(t)\ \left(1-\frac{P(t)}{K}\right), \tag{2.6.1}$$

dengan $P(t)$ menyatakan hasil produksi panen padi pada waktu adalah laju t, r adalah laju pertumbuhan intrinsik, dan K merupakan kapasitas dukung maksimum. Persamaan tersebut tidak selalu mudah diselesaikan secara analitik untuk data riil, sehingga diperlukan metode numerik untuk memperoleh solusi hampiran. Secara umum, metode numerik untuk persamaan differensial biasa memerlukan nilai awal atau kondisi awal. Kondisi awal pada model Verhulst dinyatakan sebagai :

$$P(0) = P_{0}\,, \tag{2.6.2}$$

dengan P_0 merupakan hasil produksi panen padi pada waktu awal pengamatan. Nilai awal ini menjadi dasar perhitungan solusi numerik pada langkah-langkah selanjutnya. Menurut Chapra dan Canale (2015), pemilihan kondisi awal yang tepat sangat berpengaruh terhadap akurasi hasil perhitungan metode numerik.
Metode numerik bekerja dengan membagi interval waktu pengamatan menjadi beberapa subinterval dengan ukuran langkah hPada setiap langkah, nilai solusi dihitung secara bertahap menggunakan rumus tertentu. Untuk suatu persamaan diferensial umum:

$$\frac{dy}{dt}\ f(t,y), \tag{2.6.3}$$

metode numerik akan menghasilkan pendekatan nilai solusi y_{n+1} bedasarkan nilai sebelumnya y_n. Dalam konteks penelitian ini fungsi $f(t,y)$ didefinisikan sebagai :

$$f(t,P) = r\,P\left(1 - \frac{P}{K}\right), \tag{2.6.4}$$

Menurut Atkinson (1989), metode numerik dibedakan menjadi metode satu langkah dan metode banyak langkah (multistep). Metode satu langkah, seperti metode Euler dan Runge-Kutta, hanya menggunakan satu nilai sebelumnya, sedangkan metode banyak langkah, seperti metode Adams-Basforth-Moulton, menggunakan beberapa nilai sebelumnya untuk meningkatkan akurasi.

Penggunaan metode numerik dalam analisis hasil produksi panen padi memungkinkan peneliti untuk memperoleh gambaran numerik mengenai perkembangan produksi dari waktu ke waktu. Dengan bantuan metode numerik, hasil produksi panen padi di Kabupaten Agam dapat dianalisis secara lebih akurat, terutama dalam menggambarkan pola pertumbuhan yang dipengaruhi oleh keterbatasan sumber daya lahan dan faktor lingkungan.

2.6.1 Metode Runge–Kutta Orde Empat

Salah satu metode yang relatif sederhana dan cukup akurat yang sering digunakan adalah metode Runge-Kutta. Menurut Butcher (2016), metode Runge–Kutta orde empat termasuk metode eksplisit yang mampu memberikan tingkat akurasi tinggi melalui penggabungan beberapa evaluasi fungsi dalam satu langkah iterasi. Versi yang paling populer dan sering digunakan dalam berbagai penelitian ilmiah adalah Metode Runge–Kutta Orde 4 (RK4) karena stabil, akurat, dan efisien secara komputasi (Burden & Faires, 2011; Chapra & Canale, 2015). Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindari keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan fungsi $f(t, y)$ pada titik terpilih dalam setiap langkah. Metode Runge-Kutta adalah metode persamaan differensial.

Diperhatikan persamaan differensial tingkat satu:

$$\frac{dy}{dx} f(t, y), \qquad a \leq x \leq b \qquad y(x_0) = y_{0,} \tag{2.6.5}$$

tahap awal penyelesaian numerik adalah dengan menentukan titik-titik dalam jarak yang sama didalam interval $[a, b]$ yaitu dengan menerapkan

$$t_n = x_0 + rh, \qquad r = 0,1,2, \ldots, n \tag{2.6.6}$$

dimana h menyatakan jarak antar titik yang dirumuskan oleh

$$h = \frac{b-a}{n}, \tag{2.6.7}$$

yang juga biasa dikenal sebagai lebar langkah (step size).

Bentuk umum metode Runge-Kutta orde-n ialah :

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^{s} a_i k_i \quad (2.6.8)$$

dengan

$$k_1 = hf(t_n, y_n), \quad (2.6.9)$$

$$k_i = hf\left(t_n + p_{ih,} y_n + \sum_{j=1}^{i-1} q_{ij} k_i\right), i = 2,3, \dots, s. \quad (2.6.10)$$

dimana:

h : ukuran langkah (step size)

a_i : koefisien pembobot

p_i, q_{ij} : parameter metode

k_i : nilai kemiringan pada tahap ke-i

s : banyak tahap (stage).

Perhatikan bahwa semua harga k berhubungan secara rekurensi. Artinya, k_1 muncul dalam persamaan untuk k_2, yang muncul lagi dalam persamaan untuk k_3 dan seterusnya. Rekurensi ini membuat metode Runge-Kutta efisien untuk kalkulasi oleh komputer.

Untuk menyelesaikan persamaan diferensial pada penelitian ini digunakan metode Runge-Kutta orde empat(RK4). Metode ini menhitung empat nilai kemiringan pada setiap langkah untuk memperoleh pendekatan solusi yang lebih akurat. Rumus metode Runge-Kutta orde 4 sebagai berikut:

Metode Runge-Kutta yang paling populer adalah orde keempat, karena kombinasi akurasi tinggi stabilitas yang baik, dan komplesitas perhitungan yang masih efesien. Berikut ini seringkali disebut dengan metode Runge-Kutta kla sik adalah sebagai berikut:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\,. \quad (2.6.11)$$

dimana :

$$k_1 = hf\,(t_{n,} y_n), \quad (2.6.12)$$

$$k_2 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right), \quad (2.6.13)$$

$$k_3 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}\ k_2\right), \tag{2.6.14}$$

$$k_4 = hf\ (t_n + h, y_n +\ k_3). \tag{2.6.15}$$

Dalam penelitian ini, metode Runge-Kutta orde empat digunakan untuk memperoleh nilai awal produksi hasil panen padi bedasarkan model Verhulst. Nilai awal tersebut kemudian digunakan sebagai input pada metode Adams-Basforth-Moulton untuk menganalisis dinamika produksi padi di Kabupaten Agam.

2.6.2 Metode Adams–Bashforth-Moulton Orde Empat

Penyelesaian Persamaan diferensial biasa dengan menggunakan metode Adams-Basforth-Moulton Orde Empat adalah proses mencari nilai fungsi $p(t)$pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa non linear orde satu $y' = f(t, p)$ dan nilai awal $y\ (t_0) = p_0$ yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor. Nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adams-Basforth-Moulton orde empat dapat diperoleh dari metode satu langkah (one-step method). Untuk mendapatkan kombinasi hasil yang baik, metode Runge-Kutta orde empat dapat digunakan bersama metode Adams-Basforth-Moulton orde empat. Diberikan persamaan diferensial non linier orde satu dengan nilai awal $y = (t_0) = p_0$ sebagai berikut.

$$y' = f(t, p\ (t) \quad .$$

(2.6.16)

Persamaan (2.6.1) diintegralkan dari x_n sampai $x_{n+1} = \quad x_n + h$ untuk mendapatkansolusi p_{n+1} pada titik x_{n+1}, sehingga diperoleh

$$\int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{dy}{dx}\ dx\ = \int_{x_n}^{x_{n+1}} y' = f\ (x, y\ (x))\ dx\ ,$$

(2.6.17)

$$y(x)|_{x_n}^{x_{n+1}}\ = \int_{x_n}^{x_{n+1}} f\ (x, y\ (x))\ dx \quad ,$$

(2.6.18)

$$y(x_{n+1}) - y\,(x_n) = \int_{x_n}^{x_{n+1}} f\,(x, y\,(x))\,dx \qquad ,$$

(2.6.19)

$$y_{n+1} = \; y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f\,(x, y\,(x))\,dx\,.$$

(2.6.20)

Rumus prediktor (y_{n+1}^{p}) diperoleh dengan subsitusi interpolasi arah mundur Newton derajat-3 untuk $y' = f(x, p\,(x))$ yang terdefenisi pada titik-titik x_n, $x_{n-1,}\, x_{n-2.}$ Jika dinotasikan $f(x_{n+i,}\, y(x_{n+i,})) = f_{n+i}$ dan digunakan $\nabla^k f_{n+i}$ sebagai bentuk operasi selisih mundur derajat-k dari fungsi f_{n+1} maka diperoleh hasil sebagai berikut :

$$y_{n+1}^{p} = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} \left[f_n + \frac{\nabla f_n}{1!h}\,(x - x_n)(x - x_{n-1}) + \frac{\nabla^3 f_n}{3!h^3}\,(x - \, x_n)(xx_{n-2}) \right] dx\,. \qquad (2.6.21)$$

Apabila persamaan (2.6.1) dan (2.6.2) yaitu persamaan prediktor dan korektor Adam-Basforth-Moulton orde-4 dengan sebagain berikut:

2.6.3 Metode Adam - Basforth

Metode Adam-Basforth Merupakan metode multi-step eksplisit yang menggunakan nilai turunan f pada beberapa titik sebelumnya untuk memkirakan nilai solusi pada titik berikutnya tanpa perlu menyelesaikan persamaan tambahan secara iteratif.

Pada formula Adam-Basforth orde-4, pendekatan solusi diberikan oleh :

$$y_{n+1}^{p} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}), \qquad (2.6.22)$$

Formula ini menghasilkan nilai prediksi awal yang ditulis sebagai berikut:

$$y_{n+1\,,}^{(0)} \qquad (2.6.23)$$

Yang kemudian akan dikoreksi untuk memperoleh aproksimasi akhir solusi (Sumon &Nurulhoque, 2023). Metode Adams-Basforth sangat populer karena kemampuan memberikan prediksi awal yang akurat dan kompleksitas komputasi yang relatif dibandingkan beberapa metode lain (Sumon &Nurulhoque, 2023).

2.6.4 Metode Adams-Moulton

Metode Adams-Moulton adalah metode multi-step implisit yang menggunakan turunan pada titik berikutnya (t_{n+1}), sehingga menghasilkan pendekatan yang lebih stabil dan akurat.

Untuk orde-4, rumus Adams-Moulton diberikan oleh :

$$y_{n+1}^{p} = y_n + \frac{h}{24}\left(9f_{n+1} - 19f_n + 5f_{n-1} - f_{n-2}\right). \qquad (2.6.24)$$

dengan $f_{n+1=}f\left(t_{n+1,}\, y_{n+1}\right)$. Karena y_{n+1} juga muncul di sisi kanan, kebutuhan nilai awal membuat metode implisit ini memanfaatkan nilai prediksi dari Adams-Moulton sebagai masukan (Kapita et al, 2025; JUSTER, 2026).

Dalam skema predictor-corrector,langkah korektor dinyatakan sebagai berikut :

$$y_{n+1}^{1} = y_n + \frac{h}{24}\left(9f_{n+1} - 19f_n + 5f_{n-1} - f_{n-2}\right). \qquad (2.6.25)$$

dimana y_{n+1}^{1} adalah nilai akhir solusi pada langkah waktu tersebut setelah dikoreksi.

2.7 Galat

Galat (error) merupakan selisih antara nilai sebenarnya (nilai eksak) dengan nilai hampiran (aproksimasi) yang diperoleh melalui metode numerik. Dalam penyelesaian persamaan diferensial menggunakan metode numerik, galat tidak dapat dihindari karena hasil yang diperoleh bukan merupakan solusi eksak, melainkan pendekatan terhadap solusi sebenarnya.

Secara umum, galat dapat dinyatakan sebagai:

Galat = Nilai Sebenarnya - Nilai Hampiran

Dalam analisis metode numerik, galat digunakan untuk mengukur tingkat ketelitian dan keakuratan suatu metode yang digunakan.

2.7.1 Jenis -Jenis Galat

Beberapa jenis galat yang sering digunakan dalam metode numerik adalah sebagai berikut:

1. Galat Absolut (Absolute Error)

   Galat absolut adalah nilai mutlak dari selisih antara nilai sebenarnya dengan nilai hampiran, yang dirumuskan sebagai:

$$E_a = \left| x_{sebenarnya} - x_{hampiran} \right|$$

2. Galat Relatif (Relative Error)

   Galat relatif merupakan perbandingan antara galat absolut dengan nilai sebenarnya, yang dirumuskan sebagai:

$$E_r = \left| \frac{x_{sebenarnya} - x_{hampiran}}{x_{sebenarnya}} \right|$$

3. Galat Relatif Persen (Percentage Relative Error)

   Galat relatif persen merupakan bentuk persen dari galat relatif, yang dirumuskan sebagai:

$$E_p = \left| \frac{x_{sebenarnya} - x_{hampiran}}{x_{sebenarnya}} \right| \times 100\%$$

2.7.2 Galat dalam Metode Numerik

Dalam metode numerik, khususnya pada metode Runge–Kutta dan Adams–Bashforth–Moulton, galat dapat terjadi akibat beberapa faktor, antara lain:

- Kesalahan pembulatan (round-off error)
- Kesalahan pemotongan (truncation error)
- Penggunaan ukuran langkah (step size) yang kurang tepat

Semakin kecil ukuran langkah (h), maka umumnya galat yang dihasilkan akan semakin kecil, namun akan meningkatkan jumlah perhitungan.

2.7.3 Galat Relatif

Dalam penelitian ini, galat yang digunakan adalah galat relatif persen, yang dihitung untuk mengukur tingkat akurasi hasil metode Adams–Bashforth–Moulton terhadap data aktual produksi padi.

Rumus yang digunakan adalah:

$$Galat\ relatif\ (\%) = \left| \frac{y_{aktual} - y_{numerik}}{y_{aktual}} \right| \times 100\%$$

dimana:

- y_{aktual} data produksi padi sebenarnya
- $y_{numerik}$ hasil perhitungan metode numerik

Nilai galat yang kecil menunjukkan bahwa metode numerik yang digunakan memiliki tingkat akurasi yang baik dalam memodelkan data produksi padi.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian kuantitatif dengan pendekatan pemodelan matematika. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis produksi hasil panen padi berdasarkan data runtun waktu dengan menggunakan persamaan diferensial dan metode numerik.

3.2 Sumber dan Jenis Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa data produksi hasil panen padi di Kabupaten Agam. Data diperoleh dari instansi terkait, seperti Badan Pusat Statistik (BPS) atau sumber resmi lainnya. Data yang digunakan merupakan data runtun waktu yang dinyatakan dalam satuan ton per tahun.

3.3 Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini digunakan beberapa variabel dan parameter yang berperan dalam membangun model pertumbuhan produksi padi menggunakan Model Verhulst serta metode numerik. Variabel-variabel tersebut untuk menggambarkan dinamika perubahan produksi dari tahun ke tahun, sedangkan parameter digunakan untuk menentukan karakteristik pertumbuhan dalam model. Adapun deskripsi masing-masing variabel dan parameter yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3.3.1 Deskripsi Variabel dan Parameter Hasil Produksi Padi

Simbol	**Keterangan**
$P_{(t)}$	Produksi padi pada tahun ke-t
$P_{(0)}$	Nilai awal produksi (tahun 2018 = 389.082)
r	Laju pertumbuhan produksi
K	Kapasitas maksimum (carrying capacity)
t	Waktu / tahun pengamatan
h	Langkah iterasi metode numerik

3.4 Metode Analisis

Metode analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model Matematika (Model Verhulst)

Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model pertumbuhan logistik (Verhulst) yang dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial biasa nonlinier. Model ini bertujuan untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan produksi padi terhadap waktu dengan mempertimbangkan laju pertumbuhan dan kapasitas maksimum produksi. Model tersebut menjadi dasar dalam proses perhitungan numerik dan analisis hasil.

2. Penentuan Parameter Model

Parameter model, seperti laju pertumbuhan dan kapasitas maksimum, ditentukan berdasarkan data produksi padi yang diperoleh. Penentuan parameter dilakukan agar model yang dibangun dapat merepresentasikan kondisi produksi yang sebenarnya.

3. Metode Numerik Yang Digunakan

Penyelesaian model dilakukan secara numerik menggunakan metode Runge–Kutta orde 4 untuk memperoleh nilai awal. Selanjutnya, metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4diterapkan sebagai metode prediktor–korektor untuk menghitung solusi pada periode berikutnya. Penggunaan metode ini bertujuan untuk memperoleh hasil yang lebih akurat dan stabil.

4. Analisis Galat

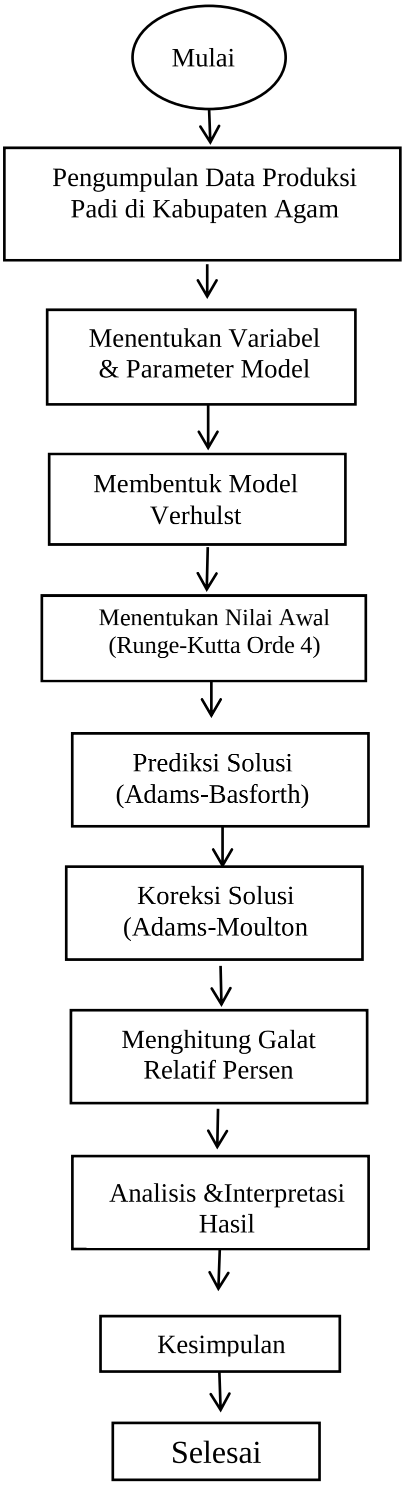
Tingkat ketelitian metode numerik dianalisis dengan menghitung nilai galat relatif antara hasil pendekatan numerik dan data aktual produksi. Analisis ini dilakukan untuk mengetahui seberapa baik metode yang digunakan dalam menggambarkan kondisi nyata.

5. Interpretasi Hasil

Hasil perhitungan numerik disajikan dalam bentuk tabel dan grafik, kemudian dianalisis untuk melihat pola pertumbuhan produksi padi.

3.5 Flow Chart

Selanjtnya langkah-langkah dapat digambarkan secara skematik pada gambar sebagai berikut:



Gambar 3.4.1 Flow chart

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Verhulst Dari Panen Padi Di Kabupaten Agam Dan Perhitungan 4 Data Awal Dengan Metode Runge Kutta Orde 4.

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data hasil produksi panen padi di Kabupaten Agam dari tahun 2018 sampai tahun 2025. Data diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Agam dan dinyatakan dalam satuan ton. Secara umum, data ini memperlihatkan dinamika produksi padi yang mengalami ketidakstabilan akibat beberapa faktor seperti perubahan cuaca, alih fungsi lahan, intensitas penggunaan teknologi pertanian, serta tingkat serangan hama dan penyakit tanaman.

Berikut tabel ini menyajikan data produksi padi selama periode 2018–2025:

Tabel 4.1.1 Data Hasil Panen padi Kabupaten Agam

No	Tahun	Produksi Padi (Ton)
1	2018	389.082,00
2	2019	416.828,00
3	2020	16.531,00
4	2021	427.076,00
5	2022	365.022,00
6	2023	341.352,00
7	2024	347.739,50
8	2025	117.839,00

Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa produksi padi sempat meningkat tiga tahun berturut-turut, yaitu 2018 hingga 2021. Namun, setelah puncak pada tahun 2021, produksi mulai mengalami penurunan yang cukup tajam. Penurunan ekstrem juga terlihat pada tahun 2020 dan 2025, yang diduga dipengaruhi oleh penurunan luas panen, kurang optimalnya irigasi, faktor iklim ekstrem (El Niño), atau kendala teknis lainnya dalam proses budidaya.

Fenomena ketidakstabilan inilah yang menjadi landasan pentingnya dilakukan pemodelan matematika, sehingga pola pertumbuhan dan kecenderungan produksi padi dapat dimodelkan secara lebih terstruktur.

4.1.1 Pembentukan Model Verhulst Hasil Produksi Panen Padi

Model Verhulst (logistik) digunakan dalam penelitian ini untuk menggambarkan pertumbuhan hasil panen padi yang memiliki batas maksimum produksi. Model tersebut dinyatakan dalam persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dP}{dt} = r\,P\left(1 - \frac{P}{K}\right). \qquad (4.1.1)$$

dimana :

$P(t)$: produksi panen padi pada waktu t

r : laju pertumbuhan logistik

K : kapasitas maksimum produksi (daya dukung lingkungan)

4.1.2 Penentuan Nilai Awal dan Parameter Model

Nilai awal P(0) ditentukan dari data produksi tahun 2018:

$$P(0) = 389.082 \text{ ton},$$

Untuk menentukan nilai r, digunakan perubahan produksi antara tahun 2018 dan 2019:

$$P_{2018} = 389.082, \quad P_{2019} = 416.828$$

$$r = \frac{P_{2019}}{P_{2018}}$$

$$r = \frac{416.828}{389.082} = 1{,}07 \approx 0{,}068.$$

Sementara kapasitas maksimum K diasumsikan sebesar 450.000 ton, oleh karena itu, seluruh data produksi 2018–2025 berada di bawah nilai tersebut. Pemilihan nilai K dilakukan melalui metode *trial and error* sebagaimana yang umum digunakan dalam pendekatan model logistik.

4.2 Perhitungan 4 Data Awal Dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde-4

Pada tahap ini dilakukan perhitungan nilai awal yang diperlukan dalam metode Adams-Basforth-Moulton menggunkan metode Runge-Kutta orde 4 (RK4). Metode Runge-Kutta orde 4 digunakan karena memiliki tingkat akurasi yang tinggi dan stabil dalam menyelesaikan persamaan differensial nonlinier, seperti model Verhulst yang digunakan dalam penelitian ini.

Perhitungan dimulai dengan menentukan nilai $k_{1,}k_{2,}k_{3,}$dan k_4 bedasarkan fungsi turunan dari model pertumbuhan logistik. Nilai k_1 dihitung menggunakan nilai awal produksi pada tahun pertama. Selanjutnya, nilai k_2 dan k_3 yang diperoleh dengan menambahkan setengah dari nilai k sebelumnya ke nilai produksi awal, sedangkan nilai k_4 dihitung menggunakan nilai pendekatan penuh dari hasil sebelumnya.

Hasil Perhitungan ini selanjutnya digunakan sebagai nilai awal dalam penerapan metode Adams- Basforth-Moulton orde 4 pada tahap berikutnya. Dengan demikian Metode Runge-Kutta orde 4 berperan penting dalam menyediakan 4 nilai awal yang akurat untuk mendukung proses prediksi dan koreksi pada metode multi step.

Bedasarkan persamaan Runge Kutta orde 4 maka akan dicari nilai $k_{1,}k_{2,}k_{3\,,}$dan $k_{4\,.}$ Dengan menggunakan persamaan 2.6.5 sampai 2.6.15 maka selanjutnya dilakukan perhitungan nilai $k_{1,}k_{2,}k_{3\,,}$dan k_4 menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 bedasarkan model pertumbuhan logistik (Verhulst). Perhitungan dimulai dengan menentukkan nilai awal produksi sebagi berikut:

$P_0 = 389.082{,}00$

$r \ \ = 0{,}068$

$K \ = 450.000$

Nilai k_1 dihitung dengan mensubsitusikan nilai-nilai tersebut ke dalam persamaan model logistik sebagai berikut dengan rumus sebagai berikut :

$$k_1 = r.P_0 \left(1 - \frac{P_0}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_1 = 0{,}068 \times 389.082{,}00 \times \left(1 - \frac{389.082{,}00}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 389.082{,}00 \times (0{,}135373)$$

$$= 3.581{,}64$$

Sehingga hasil nilai k_1 berikut digunakan untuk menentukkan nilai berikutnya dengan menghitung $P_0 + \frac{1}{2}\ k_1$ yang akan digunakan dalam perhitungan k_2 sebagai berikut:

$$P_1 + \frac{1}{2}k_1 = 389.082{,}00 + \frac{1}{2}(3.581{,}64)$$

$$= 389.082{,}00 + 1.790{,}82$$

$$= 390.872{,}82$$

Selanjutnya dihitung nilai k_2 sebagai berikut:

$$k_2 = r.P_1 \left(1 - \frac{P_1}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_2 = 0{,}068 \times 390.872{,}82 \times \left(1 - \frac{390.872{,}82}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 390.872{,}82 \times (0{,}131393)$$

$$= 3.492{,}36$$

Sehingga diperoleh :

$$P_2 + \frac{1}{2}k_2 = 389.082{,}00 + \frac{1}{2}(3.492{,}36)$$

$$= 389.082{,}00 + 1.746{,}18$$

$$= 390.828{,}18$$

Selanjutnya dihitung nilai k_3 sebagi berikut:

$$k_3 = r.P_2 \left(1 - \frac{P_2}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_3 = 0{,}068 \times 390.828{,}18 \times \left(1 - \frac{390.828{,}18}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 390.828{,}18 \times (0{,}131492)$$

$$= 3.494{,}57$$

Sehingga diperoleh :

$$P_3 + \frac{1}{2}k_3 = 389.082{,}00 + \frac{1}{2}(3.494{,}57)$$

$$= 389.082{,}00 + 1.747{,}28$$

$$= 390.829{,}28$$

Selanjutnya dihitung nilai k_4 sebagi berikut:

$$k_4 = r.P_3 \left(1 - \frac{P_3}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_4 = 0{,}068 \times 390.829{,}28 \times \left(1 - \frac{390.829{,}28}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 390.829{,}28 \times (0{,}131490)$$

$$= 3.494{,}52$$

Berdasarkan hasil nilai diatas diperoleh nilai P_1 sebagai berikut:

$$P_1 = P_0 + \frac{1}{6}\ k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4$$

$$P_1 = 389.082{,}00 + \frac{1}{6}(3.581{,}64) + 2(\ 3.492{,}36) + 2(\ 3.494{,}57) + (3.494{,}52)$$

$$= 389.082{,}00 + \frac{1}{6}(21.050{,}02)$$

$$= 389.082{,}00 + 3.508{,}34$$

$$= 392.590{,}34$$

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan untuk memperoleh nilai P_2 sebagai berikut :

Berikut perhitungan nilai k_1 sebagai berikut:

$$k_1 = r.P_1 \left(1 - \frac{P_1}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_1 = 0{,}068 \times 392.590{,}34 \times \left(1 - \frac{392.590{,}34}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 392.590{,}34 \times (0{,}127577)$$

$$= 3.405{,}81$$

Sehingga diperoleh :

$$P_2 + \frac{1}{2}k_1 = 392.590{,}34 + \frac{1}{2}(3.405{,}81)$$

$$= 392.590{,}34 + 1.702{,}90$$

$$= 394.293{,}24$$

Berikut perhitungan nilai k_2 sebagai berikut:

$$k_2 = r.P_2 \left(1 - \frac{P_2}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_2 = 0{,}068 \times 394.293{,}24 \times \left(1 - \frac{394.293{,}24}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 394.293{,}24 \times (0{,}123792)$$

$$= 3.319{,}10$$

Sehingga diperoleh:

$$P_3 + \frac{1}{2}k_2 = 392.590{,}34 + \frac{1}{2}(3.319{,}10)$$

$$= 392.590{,}34 + 1.659{,}55$$

$$= 396.249{,}89$$

Berikut perhitungan nilai k_3 sebagai berikut:

$$k_3 = r.P_3 \left(1 - \frac{P_3}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_3 = 0{,}068 \times 396.249{,}89 \times \left(1 - \frac{396.249{,}89}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 396.249{,}89 \times (0{,}119444)$$
$$= 3.218{,}41$$

Sehingga diperoleh :

$$P_4 + \frac{1}{2}k_3 = 392.590{,}34 + \frac{1}{2}(3.218{,}41)$$
$$= 392.590{,}34 + 1.609{,}20$$
$$= 394.199{,}54$$

Berikut perhitungan nilai k_3 sebagai berikut:

$$k_4 = r.P_4\left(1 - \frac{P_4}{\mathrm{K}}\right)$$
$$k_4 = 0{,}068 \times 394.199{,}54 \times \left(1 - \frac{394.199{,}54}{450.000}\right)$$
$$= 0{,}068 \times 394.199{,}54 \times (0{,}124001)$$
$$= 3.323{,}91$$

Bedasarkan hasil nilai diatas diperoleh nilai P_2 sebagai berikut:

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{6}k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4$$
$$P_2 = 392.590{,}34 + \frac{1}{6}(3.405{,}81) + 2(3.319{,}10) + 2(3.218{,}41) + (3.323{,}91)$$
$$= 392.590{,}34 + \frac{1}{6}(19.804{,}74)$$
$$= 392.590{,}34 + 3.300{,}79$$
$$= 395.891{,}13$$

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan untuk memperoleh nilai P_3 sebagai berikut :

Berikut perhitungan nilai k_1 sebagai berikut:

$$k_1 = r.P_2\left(1 - \frac{P_2}{\mathrm{K}}\right)$$
$$k_1 = 0{,}068 \times 395.891{,}13 \times \left(1 - \frac{395.891{,}13}{450.000}\right)$$
$$= 0{,}068 \times 395.891{,}13 \times (0{,}120241)$$
$$= 3.236{,}96$$

Sehingga diperoleh :

$$P_3 + \frac{1}{2}k_1 = \ 395.891,13 + \frac{1}{2}(\ 3.236,96)$$
$$= \ 395.891,13 + 1.618,48$$
$$= \ 397.509,61$$

Berikut perhitungan nilai k_2 sebagai berikut:

$$k_2 = \ r.P_3\ \left(1 - \frac{P_3}{\mathrm{K}}\right)$$
$$k_2 = 0{,}068 \times 397.509{,}61 \times \left(1 - \frac{397.509{,}61}{450.000}\right)$$
$$= \ 0{,}068 \times 397.509{,}61 \times (0{,}116645)$$
$$= \ 3.152{,}99$$

Sehingga diperoleh :

$$P_3 + \frac{1}{2}k_2 = 395.891{,}13 + \frac{1}{2}(3.152{,}99)$$
$$= \ 395.891{,}13 + 1.576{,}50$$
$$= \ 397.467{,}63$$

Berikut perhitungan nilai k_3 sebagai berikut:

$$k_3 = \ r.P_3\ \left(1 - \frac{P_3}{\mathrm{K}}\right)$$
$$k_3 = 0{,}068 \times \ 397.467{,}63 \times \left(1 - \frac{397.467{,}63}{450.000}\right)$$
$$= \ 0{,}068 \times \ 397.467{,}63 \times (0{,}116738)$$
$$= \ 3.155{,}17$$

Sehingga diperoleh :

$$P_4 + \frac{1}{2}k_3 = \ 395.891{,}13 + \frac{1}{2}(3.155{,}17)$$
$$= \ 395.891{,}13 + \ 1.577{,}59$$
$$= \ 397.468{,}72$$

Berikut perhitungan nilai k_4 sebagai berikut:

$$k_3 = \ r.P_4\ \left(1 - \frac{P_4}{\mathrm{K}}\right)$$
$$k_4 = 0{,}068 \times 397.468{,}72 \times \left(1 - \frac{397.468{,}72}{450.000}\right)$$
$$= \ 0{,}068 \times \ 397.468{,}72 \times (0{,}116736)$$
$$= 3.155{,}12$$

Berdasarkan hasil nilai diatas maka diperoleh nilai P_3 sebagai berikut:

$$P_3 = P_2 + \frac{1}{6} k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4$$

$$P_3 = 395.895{,}13 + \frac{1}{6}(3.236{,}96) + 2(3.152{,}99) + 2(3.155{,}17) + (3.155{,}12)$$

$$= 395.895{,}13 + \frac{1}{6}(19.008{,}4)$$

$$= 395.895{,}13 + 3.168{,}06$$

$$= 399.059{,}19$$

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan untuk memperoleh nilai P_4 sebagai berikut :

Berikut perhitungan nilai k_1 sebagai berikut:

$$k_1 = r.P_3 \left(1 - \frac{P_3}{\mathrm{K}}\right)$$

$$k_1 = 0{,}068 \times 399.059{,}19 \times \left(1 - \frac{399.059{,}19}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 399.059{,}19 \times (0{,}113201)$$

$$= 3.071{,}82$$

Sehingga Diperoleh :

$$P_3 + \frac{1}{2}k_1 = 399.059{,}19 + \frac{1}{2}(3.071{,}82)$$

$$= 399.059{,}19 + 1.535{,}91$$

$$= 400.595{,}1$$

Berikut perhitungan nilai k_2 sebagai berikut:

$$k_2 = 0{,}068 \times 400.595{,}1 \times \left(1 - \frac{400.595{,}1}{450.000}\right)$$

$$= 0{,}068 \times 400.595{,}1 \times (0{,}109788)$$

$$= 2.990{,}67$$

Sehingga diperoleh :

$$P_3 + \frac{1}{2}k_2 = 399.059{,}19 + \frac{1}{2}(2.990{,}67)$$

$$= 399.059{,}19 + 1.495{,}33$$

$$= 400.554{,}52$$

Berikut perhitungan nilai k_3 sebagai berikut:

$$k_3 = 0{,}068 \times \ 400.554{,}52 \left(1 - \frac{400.554{,}52}{450.000}\right)$$

$$= \ 0{,}068 \times \ 400.554{,}52 \times (0{,}109876)$$

$$= \ 2.992{,}82$$

Sehingga diperoleh :

$$P_4 + \frac{1}{2} k_3 = \ 399.059{,}19 + \frac{1}{2}(2.992{,}82)$$

$$= \ 399.059{,}19 + \ 1.496{,}41$$

$$= \ 400.555{,}6$$

Berikut perhitungan nilai k_4 sebagai berikut:

$$k_4 = 0{,}068 \times \ 400.555{,}6 \times \left(1 - \frac{400.555{,}6}{450.000}\right)$$

$$= \ 0{,}068 \times \ 400.555{,}6 \times (0{,}109876)$$

$$= \ 2.992{,}77$$

Berdasarkan hasil nilai diatas maka diperoleh nilai P_4 sebagai berikut:

$$P_4 = \ P_3 + \frac{1}{6} \ k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4$$

$$P_4 = 399.059{,}19 + \frac{1}{6}(3.071{,}82) + 2(2.990{,}67) + 2(2.992{,}82) + (2.992{,}77)$$

$$= \ 399.059{,}19 + \frac{1}{6}(18.031{,}57)$$

$$= \ 399.059{,}19 + 3.005{,}26$$

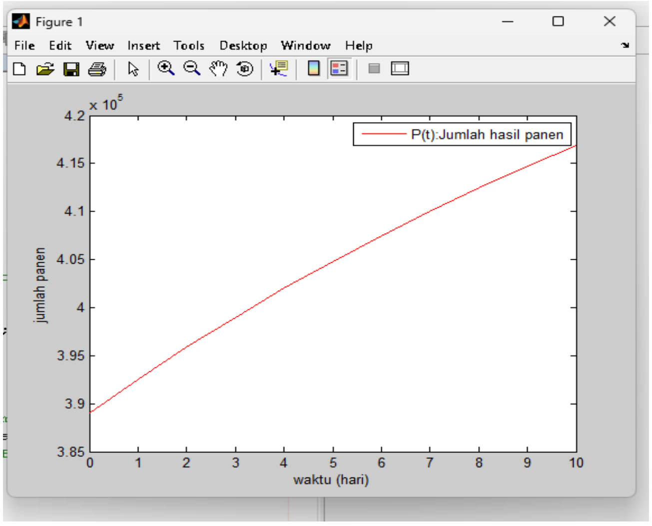
$$= \ 402.064{,}45$$

Setelah nilai diperoleh melalui perhitungan manual, langkah berikutnya menyajikan hasil tersebut dalam bentuk tabel. Penyajian ini bertujuan untuk mempermudah proses analisis serta melihat perkembangan nilai pada setiap periode secara lebih jelas. Berikut ini adalah hasil perhitungan panen padi dengan menggunakan Runge Kutta orde 4.

Tabel 4.2.1 Hasil perhitungan Runge-Kutta orde- 4

n	P_n
0	389.082,00
1	392.590,34
2	395.891,13
3	399.059,19
4	402.064,45

Berdasarkan tabel 4.2.1 diatas, dari 4 hasil data yang disajikan dapat diketahui bahwa proses perhitungan telah menghasilkan nilai yang kosisten sesuai dengan prosedur metode yang digunakan. Penyajian dalam bentuk tabel mempermudah pemgamatan terhadap perkembangan nilai pada setiap langkah, sehingga analisis dapat dilakukan secara lebih sistematis. Nilai -nilai yang telah diperoleh dan disajikam kemudian divisualisasikan dalam bentuk grafik. Penyajian grafik ini bertujuan untuk memperlihatkan pola pertumbuhan produksi secara lebih jelas, sehingga hubungan antara waktu dan hasil produksi dapat diamati secara sistematis sebagai berikut:



Gambar 4.2 1 Hasil Matlab Metode Runge-Kutta orde 4.

Bedasarkan grafik diatas hasil simulasi yang diperoleh dari matlab, terlihat bahwa jumlah hasil panen $P(t)$ mengalami peningkatan secara bertahap dari waktu ke waktu. Pada awal periode pengamatan, nilai produksi berada disekitar 3898.082,00 kemudian terus neningkat hingga mencapai 402.064,45 pada akhir periode. Pola kenaikan yang ditunjukkan oleh kurva terlihat cukup stabil dan tidak mengalami lonjakan yang drastis. Pada bagian awal, pertumbuhan terlihat sedikit lebih cepat, kemudian laju kenaikan mulai melambat seiring bertambahnya waktu.

Bentuk kurva yang semakin pelan pada naik pada periode akhir menunjukkan bahwa pertumbuhan produksi mulai mendekati kondisi stabil atau kapasitas maksimum yang telah ditentukan dalam model. Hal ini sesuai karakteristik model pertumbuhan logistik(Verhulst), dimana pertumbuhan awal berlangsung lebih cepat dan selanjutnya melambat ketika mendekati batas maksimum. Dengan demikian grafik tersebut menunjukkan bahwa model dan metode numerik yang digunakan mampu menggambarkan pola perkembangan produksi panen secara realistis dan terstuktur.

4.3 Penyelesaian Model Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton Orde 4

Pada subbab ini dilakukan penyelesaian model Verhulst dengan menggunakan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4 sebagai metode prediktor–korektor dalam memperoleh solusi numerik hasil panen padi di Kabupaten Agam. Setelah mendapatkan nilai awal melalui metode Runge–Kutta orde 4, metode Adams–Bashforth–Moulton diterapkan untuk menghitung nilai hampiran pada titik-titik selanjutnya secara lebih akurat. Metode ini dipilih karena mampu memberikan ketelitian yang tinggi melalui kombinasi langkah prediksi dan koreksi pada setiap iterasi, sehingga kesalahan numerik dapat diminimalkan.

4.3.1 Perhitungan Solusi Numerik

Pada tahap ini dilakukan proses perhitungan solusi numerik menggunakan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4 sebagaimana telah dijelaskan pada Bab II melalui persamaan prediktor (rumus 2.6.24) dan korektor (rumus 2.6.25). Persamaan tersebut digunakan untuk menentukan nilai hampiran pada titik t_{n+1} berdasarkan empat nilai sebelumnya, sehingga metode ini termasuk metode multistep. Dalam penelitian ini, simbol P digunakan untuk merepresentasikan jumlah produksi padi pada waktu t sehingga P_n menyatakan produksi padi pada titik waktu ke-n.

Nilai $P_n^{(0)}$ merupakan nilai prediksi awal (prediktor) yang diperoleh dari rumus Adams–Bashforth, sedangkan nilai P_n yang telah dikoreksi merupakan hasil dari rumus Adams–Moulton. Dengan memanfaatkan nilai-nilai sebelumnya yang telah dihitung melalui metode Runge–Kutta orde 4, proses prediksi dilakukan menggunakan persamaan prediktor yang dirumuskan pada Bab II, dan hasilnya kemudian diperbaiki menggunakan persamaan korektor sehingga diperoleh nilai hampiran yang lebih akurat. Perhitungan rinci dari nilai $P_n^{(0)}$ untuk setiap langkah ditunjukkan sebagai berikut.

1. Perhitungan Prediktor

Subsitusikan nilai produksi dan selisih data yang telah diperoleh ke dalam rumus prediktor :

$$P_5^{(0)} = P_4 + \frac{1}{2}[55(f_4) - 59(f_3) + 37(f_2) - 9(f_1)]$$

Bedasarkan rumus diatas langkah pertama tahap prediksi dimulai dari menghitung $P_5^{(0)}$ ke dalam persamaan metode yang digunakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_5^{(0)} &= 402.064{,}45 + \frac{1}{24}\big(55 \times (3.494{,}52) - 59 \times (3.494{,}18) + 37 \times (3.492{,}36) - 9 \times (3.581{,}64)\big) \\ &= 402.064{,}45 + \frac{1}{24}\ (174.686{,}98) \\ &= 402.064{,}45 + (7.278{,}62) \\ &= 409.343{,}07 \end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung $P_6^{(0)}$:

$$\begin{aligned} P_6^{(0)} &= 409.343{,}07 + \frac{1}{24}\big(55 \times (3.494{,}52) - 59 \times (3.494{,}18) + 37 \times (3.492{,}36) - 9 \times (3.581{,}64)\big) \\ &= 409.343{,}07 + \frac{1}{24}\ (174.686{,}98) \\ &= 409.343{,}07 + (7.278{,}62) \\ &= 416.621{,}69 \end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung $P_7^{(0)}$:

$$\begin{aligned} P_7^{(0)} &= 416.621{,}69 + \frac{1}{24}\big(55 \times (3.494{,}52) - 59 \times (3.494{,}18) + 37 \times (3.492{,}36) - 9 \times (3.581{,}64)\big) \\ &= 416.621{,}69 + \frac{1}{24}\ (174.686{,}98) \\ &= 416.621{,}69 + (7.278{,}62) \\ &= 423.900{,}31 \end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung $P_8^{(0)}$:

$$P_8^{(0)} = 423.900{,}31 + \frac{1}{24}\left(55 \times (3.494{,}52) - 59 \times (3.494{,}18) + 37 \times (3.492{,}36) - 9 \times (3.581{,}64)\right)$$

$$= 423.900{,}31 + \frac{1}{24}\ (174.686{,}98)$$

$$= 423.900{,}31\ (7.278{,}62)$$

$$= 431.178{,}93$$

Selanjutnya menghitung $P_9^{(0)}$:

$$P_9^{(0)} = 431.178{,}93 + \frac{1}{24}\left(55 \times (3.494{,}52) - 59 \times (3.494{,}18) + 37 \times (3.492{,}36) - 9 \times (3.581{,}64)\right)$$

$$= 431.178{,}93 + \frac{1}{24}\ (174.686{,}98)$$

$$= 431.178{,}93\ (7.278{,}62)$$

$$= 438.457{,}55$$

Setelah diperoleh nilai hasil prediksi (prediktor) pada setiap periode, langkah selanjutnya adalah melakukan tahap korektor. Tahap korektor bertujuan untuk memperbaiki nilai prediksi yang diperoleh sebelumnya agar hasil yang diperoleh menjadi lebih akurat. Nilai prediktor yang telah dihitung digunakan kembali dalam rumus Adams-Moulton untuk menghasilkan nilai koreksi yang lebih mendekati solusi sebenarnya sebagai berikut:

2. Perhitungan Korektor

Subsitusikan nilai produksi dan selisih data yang telah diperoleh ke dalam rumus korektor :

$$P_5 = P_4 + \frac{1}{2}[9(f_{n+1}) - 19\ (f_n) + 5(f_{n-1}) - (f_{n-2})]$$

Bedasarkan rumus diatas langkah pertama tahap koreksi dimulai dari menghitung P_5 ke dalam persamaan metode yang digunakan sebagai berikut:

$$P_5 = 402.064{,}45 + \frac{1}{24}\left(9 \times (3.494{,}52) + 19 \times (3.494{,}18) - 5 \times (.492{,}36) + (3.581{,}64)\right)$$

$$= 402.064{,}45 + \frac{1}{24}(83.959{,}94)$$

$$= 402.064{,}45 + 3.498{,}33$$

$$= 405.562{,}78$$

Selanjutnya menghitung P_6:

$$P_6 = 405.562{,}78 + \frac{1}{24}\left(9 \times (3.494{,}52) + 19 \times (3.494{,}18) - 5 \times (.492{,}36) + (3.581{,}64)\right)$$

$$= 405.562{,}78 + \frac{1}{24}(83.959{,}94)$$

$$= 405.562,78 + 3.498,33$$

$$= 409.061,11$$

Selanjutnya menghitung P_7:

$$P_7 = 409.061,11 + \frac{1}{24}\left(9 \times (3.494,52) + 19 \times (3.494,18) - 5 \times (.492,36) + (3.581,64)\right)$$

$$= 409.061,11 + \frac{1}{24}(83.959,94)$$

$$= 409.061,11 + 3.498,33$$

$$= 412.559,44$$

Selanjutnya menghitung P_8:

$$P_8 = 412.559,44 + \frac{1}{24}\left(9 \times (3.494,52) + 19 \times (3.494,18) - 5 \times (.492,36) + (3.581,64)\right)$$

$$= 412.559,44 + \frac{1}{24}(83.959,94)$$

$$= 412.559,44 + 3.498,33$$

$$= 416.057,77$$

Selanjutnya menghitung P_9:

$$P_9 = 416.057,77 \frac{1}{24}\left(9 \times (3.494,52) + 19 \times (3.494,18) - 5 \times (.492,36) + (3.581,64)\right)$$

$$= 416.057,77 + \frac{1}{24}(83.959,94)$$

$$= 416.057,77 + 3.498,33$$

$$= 419.556,1$$

Setelah diperoleh nilai prediktor dan korektor pada setiap langkah perhitungan, tahap berikutnya adalah menghitung galat relatif untuk mengetahui tingkat akurasi hasil yang dihasilkan oleh metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4. Galat relatif dihitung menggunakan selisih antara nilai korektor P_n dan nilai prediktor $P_n^{(0)}$, kemudian dibagi dengan nilai korektor sebagai nilai acuan. Perhitungan ini bertujuan untuk melihat seberapa besar penyimpangan nilai prediksi awal terhadap nilai yang telah dikoreksi. Adapun proses perhitungan galat relatif untuk tiap langkah ditunjukkan sebagai berikut.

1. Galat untuk $n = 5$

Diketahui:

$P_5^{(0)} = 409,343,07, \quad P_5 = 405.562,78$

$$Galat = \left|\frac{405.562,78 - 409.343,07}{405.562,78}\right| \times 100\ \%$$

$$= \left|\frac{-3.780{,}29}{405.562{,}78}\right| \times 100\ \%$$

$$= 0{,}932\%$$

2. Galat untuk $n = 6$

Diketahui:

$P_6^{(0)} = 416.621{,}69$, $P_6 = 409.061{,}11$

$$Galat = \left|\frac{409.061{,}11 - 416.621{,}69}{409.061{,}11}\right| \times 100\ \%$$

$$= \left|\frac{-7.560{,}58}{409.061{,}11}\right| \times 100\ \%$$

$$= 1.848\%$$

3. Galat untuk $n = 7$

Diketahui:

$P_7^{(0)} = 423.900{,}31$, $P_7 = 412.559{,}44$

$$Galat = \left|\frac{412.559{,}44 - 423.900{,}31}{412.559{,}44}\right| \times 100\ \%$$

$$= \left|\frac{-11.340{,}87}{412.559{,}44}\right| \times 100\ \%$$

$$= 2{,}749\%$$

4. Galat untuk $n = 8$

Diketahui:

$P_8^{(0)} = 431.178{,}93$, $P_8 = 416.057{,}77$

$$Galat = \left|\frac{416.057{,}77 - 431.178{,}93}{416.057{,}77}\right| \times 100\ \%$$

$$= \left|\frac{-15.121{,}16}{416.057{,}77}\right| \times 100\ \%$$

$$= 3{,}633\%$$

5. Galat untuk $n = 9$

Diketahui:

$P_9^{(0)} = 438.475{,}55$, $P_9 = 419.556{,}1$

$$Galat = \left|\frac{419.556{,}1 - 438.475{,}55}{419.556{,}1}\right| \times 100\ \%$$

$$= \left|\frac{-18.919{,}45}{419.556{,}1}\right| \times 100\ \%$$

$$= 4.508\%$$

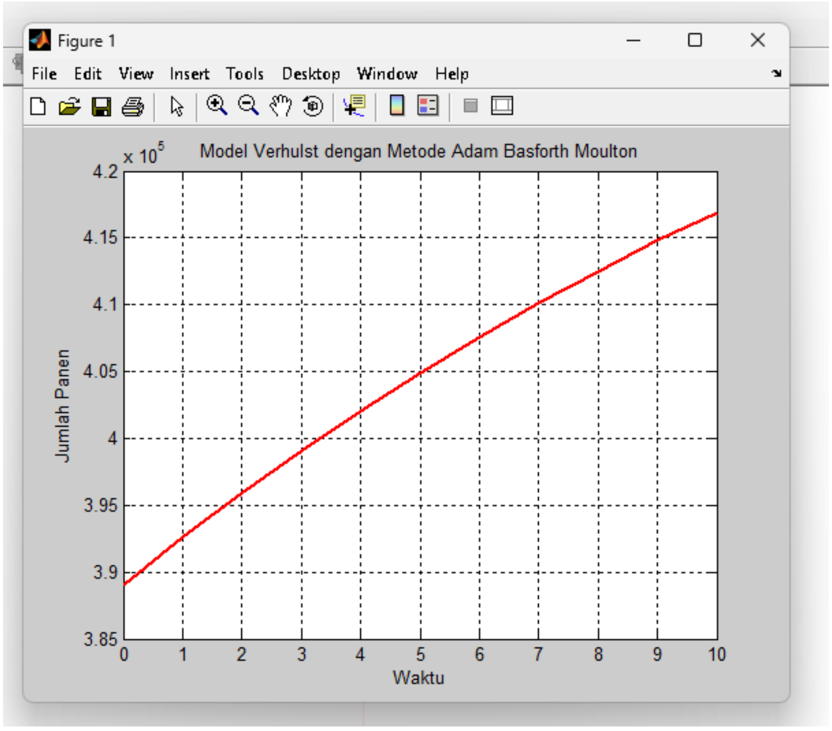
Setelah nilai awal diperoleh menggunakan metode Runge–Kutta orde 4, langkah selanjutnya adalah menghitung solusi numerik model Verhulst dengan menerapkan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan rumus prediktor untuk memperoleh nilai pendekatan awal, kemudian dilanjutkan dengan rumus korektor untuk menyempurnakan hasil perhitungan sehingga nilai yang diperoleh lebih mendekati solusi sebenarnya. Nilai-nilai fungsi pada titik sebelumnya digunakan sebagai dasar iterasi, sehingga proses prediksi dan koreksi dapat dilakukan secara berurutan. Hasil perhitungan untuk setiap langkah n, yang meliputi nilai awal $P_n^{(0)}$, nilai korektor P_n, serta galat relatifnya, disajikan pada Tabel 4.3.1 berikut.

Tabel 4.3.1 Hasil Solusi Metode ABM Orde-4

$h = 1$			
n	$P_n^{(0)}$	P_n	Galat Relatif
5	409.343,07	405.562.78	0,932%
6	416.621,69	409.061,11	1,848%
7	423.900,31	412.559,44	2,749%
8	431.178,93	416.057,77	3,633%
9	438.475,55	419.556,1	4.508%

Bedasarkan Tabel 4.3.1 menunjukkan bahwa metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4 menghasilkan nilai prediktor yang kemudian diperbaiki melalui proses koreksi pada setiap langkah iterasi. Setiap koreksi menghasilkan nilai yang lebih akurat dengan galat relatif yang relatif kecil. Secara umum, galat relatif mengalami peningkatan bertahap dari iterasi ke-5 hingga iterasi ke-9, namun tetap berada dalam batas yang wajar untuk metode numerik orde tinggi.

Hal ini menunjukkan bahwa proses prediksi dan koreksi berjalan dengan baik, serta metode Adams–Bashforth–Moulton mampu memberikan hasil hampiran yang stabil untuk model pertumbuhan produksi padi yang digunakan dalam penelitian ini. Dari 4.3.1 di dilampirkan juga hasil perhitungan menggunakan matlab untuk simulasi model verhulst menggunakan metode Adams-Basforth-Moulton orde empat sebagai berikut



Gambar 4.3 1 Hasil Matlab Metode Adams-Basforth-Moulton.orde 4

Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4, terlihat bahwa solusi model Verhulst menunjukkan pola pertumbuhan yang meningkat sering bertambahnya waktu. Pada waktu awal, nilai produksi berada pada 389.082,00 dan terus mengalami kenaikan hingga mendekati 419.556,1. Grafik tersebut memperlihatkan bahwa laju pertumbuhan pada awal waktu relatif cepat, kemudian secara bertahap menjadi lebih naik atau turun semakin pelan.Hal ini menunjukkan bahwa sistem mulai mendekati kapasitas maksimumnya sesuai dengan karakteristik model logistik (Verhulst), dimana pertumbuhan tidak berlangsung secara linier, tetapi dibatasi oleh daya dukung.

Dengan demikian, hasil simulasi numerik menggunakan metode Adams-Basforth-Moulton orde 4 mampu menggambarkan dinamika pertumbuhan yang stabil dan konsisten dengan teori model yang digunakan.Grafik ini juga memperlihatkan bahwa metode yang diterapkan memberikan hasil yang baik dan tidak menunjukkan fluktuasi yang signifikan, sehingga dapat dikatakan metode tersebut cukup akurat, akurat dalam menyelesaikan model.

4.4 Perbandingan Hasil Estimasi Model Verhulst dan Data Awal

Pada bagian ini dilakukan perbandingan antara hasil estimasi model Verhulst menggunakan metode Adams–Bashforth–Moulton dengan data produksi awal yang diperoleh. Perbandingan ini bertujuan untuk melihat tingkat kedekatan model terhadap data aktual serta mengukur ketepatan metode numerik yang digunakan.

Berdasarkan Tabel 4.3.1 dibawah terlihat bahwa nilai hasil estimasi cenderung sangat mendekati data aktual pada setiap periode pengamatan. Selisih antara data aktual dan hasil estimasi relatif kecil, sehingga menunjukkan bahwa model mampu merepresentasikan pola pertumbuhan produksi padi dengan baik. Hal ini juga diperkuat oleh nilai galat relatif yang berada pada kategori sangat kecil.

Secara umum, grafik perbandingan menunjukkan pola yang searah antara data aktual dan hasil estimasi. Model mengikuti tren kenaikan produksi dan memperlihatkan karakteristik pertumbuhan logistik, yaitu peningkatan yang cepat pada awal periode dan melambat ketika mendekati kapasitas maksimum. Dengan demikian, model Verhulst yang diselesaikan menggunakan metode Adams–Bashforth–Moulton dapat dikatakan cukup akurat dan layak digunakan untuk menggambarkan dinamika produksi padi.

Tabel 4.4.1 Perbandingan Produksi Aktual dan Hasil Estimasi

$h = 1$				
n	Tahun	Data Sebenarnya	$P_n^{(0)}$	P_n
0	2018	389.082,00	-	-
1	2019	416.828,00	-	-
2	2020	16.531,00	-	-
3	2021	427.076,00	-	-
4	2022	365.022,00	-	-
5	2023	341.352,00	409.343,07	405.562,78
6	2024	347.739,50	416.621,69	409.061,44
7	2025	117.839,00	423.900,31	412.559,44

Berdasarkan Tabel 4.4.1, terlihat bahwa hasil estimasi model Verhulst menggunakan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4 menunjukkan pola pertumbuhan yang cenderung stabil dan meningkat dari tahun ke tahun. Pada tahun 2018, nilai estimasi sama dengan data aktual karena digunakan sebagai nilai awal model. Pada tahun 2019 hingga 2021, hasil estimasi menunjukkan peningkatan yang relatif konsisten, Namun, apabila dibandingkan dengan data aktual, model tidak mengikuti lonjakan maupun penurunan ekstrem yang terjadi di lapangan.

Meskipun demikian, nilai estimasi model tampak lebih mendekati data aktual pada periode 2022–2024. Misalnya, pada tahun 2022 hasil estimasi sebesar 402.064,45 ton, sedangkan data aktual 365.022,00 ton. Demikian pula pada tahun 2023 dan 2024, model memberikan estimasi berturut-turut sebesar 405.562,78 ton dan 409.061,44 ton yang masih berada dalam rentang produksi sebenarnya, meskipun tetap menunjukkan selisih tertentu.

Secara keseluruhan, hasil perbandingan ini menunjukkan bahwa model Verhulst mampu memberikan gambaran umum mengenai kecenderungan pertumbuhan produksi padi di Kabupaten Agam, namun kurang tepat dalam menggambarkan perubahan tajam dari data aktual. Model tetap memberikan estimasi yang konsisten, stabil, dan sesuai karakter matematisnya, sehingga tetap dapat digunakan sebagai alat prediksi tren jangka panjang, meskipun tidak sepenuhnya menggambarkan dinamika produksi pada tahun-tahun tertentu yang memiliki penyimpangan ekstrem.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian mengenai pemodelan produksi panen padi di Kabupaten Agam menggunakan Model Verhulst dengan metode Runge–Kutta orde 4 dan metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4, maka diperoleh beberapa kesimpulan berikut:

1. Model Verhulst mampu menggambarkan kecenderungan pertumbuhan produksi padi, yaitu peningkatan yang bersifat logistik dan mendekati kapasitas maksimum. Meskipun demikian, model ini menghasilkan kurva pertumbuhan yang halus sehingga tidak dapat mengikuti fluktuasi ekstrem pada data riil, seperti penurunan sangat tajam pada tahun 2020 (16.531 ton) dan tahun 2025 (117.839 ton).
2. Metode Runge–Kutta orde 4 berhasil memberikan empat nilai awal yang stabil, yaitu 2019–2022 dengan nilai estimasi:
   392.590,34 ton; 395.891,13 ton; 399.059,19 ton; dan 402.064,45 ton.
   Nilai awal ini menjadi dasar yang baik untuk metode multistep berikutnya.
3. Metode Adams–Bashforth–Moulton orde 4 memberikan hasil estimasi yang stabil dan meningkat, yaitu:
   2023–2025 sebesar 405.562,78 ton; 409.061,44 ton; dan 412.559,44 ton.
   Estimasi ini konsisten dengan pola pertumbuhan logistik meskipun tidak mengikuti penurunan nyata pada data riil.
4. Perbandingan dengan data sebenarnya menunjukkan bahwa model memiliki selisih signifikan pada tahun-tahun dengan fluktuasi ekstrem, misalnya:
   1. Tahun 2020: data 16.531 ton vs estimasi 395.891,13 ton
   2. Tahun 2025: data 117.839 ton vs estimasi 412.559,44 ton.
5. Secara keseluruhan, model Verhulst dan metode numerik yang digunakan lebih tepat untuk memodelkan kecenderungan jangka panjang, bukan fluktuasi tahunan yang dipengaruhi cuaca, bencana, perubahan luas panen, dan faktor eksternal lainnya.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian, penulis memberikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan agar model dilengkapi dengan faktor eksternal seperti curah hujan, indeks serangan hama, luas panen, dan kondisi irigasi, sehingga mampu menjelaskan penyebab fluktuasi ekstrem pada data riil.
2. Sebaiknya digunakan data historis yang lebih panjang (lebih dari 10 tahun) agar estimasi parameter logistik (r dan K) menjadi lebih stabil dan representatif serta mengurangi bias akibat perubahan lokal.
3. Hasil prediksi model sebaiknya digunakan sebagai pendukung analisis tren jangka panjang, bukan sebagai prediksi tunggal untuk pengambilan keputusan tahunan yang sensitif terhadap perubahan cuaca dan kondisi lapangan.
4. Pemerintah daerah atau instansi terkait dapat memanfaatkan hasil pemodelan ini sebagai referensi awal dalam perencanaan produksi, namun tetap harus mempertimbangkan variabel lingkungan dan sosial yang tidak dimasukkan dalam model.

DAFTAR PUSTAKA

Andoko. (2010). *Budidaya Padi*. Jakarta: Penebar Swadaya.

Atkinson, K. (1989). *An Introduction to Numerical Analysis* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.

Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. New York: John Wiley & Sons.

BPS Kabupaten Agam. (2023). *Statistik Produksi Padi Kabupaten Agam*. Agam: Badan Pusat Statistik.

Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis* (9th ed.). Boston: Brooks/Cole.

Butcher, J. C. (2016). *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations* (3rd ed.). Chichester: John Wiley & Sons.

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Numerical Methods for Engineers* (7th ed.). New York: McGraw-Hill.

JUSTER. (2026). *Numerical Approaches to Implicit Multistep Methods*. Journal of Computational Mathematics, 12(3), 112–125.

Kapita, R., et al. (2025). *Implementation of Adams–Moulton Method for Nonlinear ODE Models*. Applied Mathematics Journal, 9(2), 77–84.

Maya, F., & Rachmawati, N. (2018). *Pengantar Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Deepublish.

Sumon, M., & Nurulhoque, S. (2023). *Performance of Adams–Bashforth Method on Logistic Growth Problems*. International Journal of Numerical Computation, 15(1), 45–58.

Wahyu, I., & Nur, A. (2015). *Dasar-dasar Persamaan Diferensial*. Bandung: Alfabeta.

Wartono. (2009). *Persamaan Diferensial Biasa untuk Ilmu Teknik*. Malang: UM Press.

Widodo, S. (2018). *Pemodelan Matematika dan Aplikasinya*. Jakarta: Erlangga.

Xie, L. (2010). *Ordinary Differential Equations: Principles and Applications*. Singapore: Science Press.

LAMPIRAN

Editor - C:\Users\Hype GLK\Desktop\jumlahpanen.m

File Edit Text Desktop Window Help

```
clear all;
close all;
clc;
P0 = 389082;
r = 0.068;
K = 450000;
h = 1;
t0 = 0;
takhir = 10;
%%  initializing solution
T=(t0:h:takhir); Nt  = length(T); P(1)=P0;
%% solving using Runge-Kutta 4th order method
for i=1:Nt-1
k1P=h*0.068*P(i)*(1-P(i)/450000);
k2P=h*0.068*P(i)*(1-(P(i)+ 0.5*k1P)/450000);
k3P=h*0.068*P(i)*(1-(P(i)+0.5*k2P)/450000);
k4P=h*0.068*P(i)*(1-(P(i)+k3P)/450000);
P(i+1)=P(i)+(1/6)*(k1P+2*k2P+2*k3P+k4P);
end
%plot(P,; xlabel ('Waktu (t)'), ylabel ('Number of harvest(Million)');
plot(T,P,'r-'); xlabel ('waktu (hari)'), ylabel ('jumlah panen');
%title('ANALISIS PRODUKSI HASIL PANEN DI KABUPATEN AGAM MENGGUNAKAN MODEL VERHULST DENGAN METODE ABM');
%legend ('P(i)' ;
legend ('P(t):Jumlah hasil panen') ;
%legend ('moderna') ;
```

Editor - C:\Program Files (x86)\work\METODEABM.m

File Edit Text Desktop Window Help

```matlab
clear;
clc;

P0= 389082;
r = 0.068;
K = 450000;

h = 1;
t0= 0;
takhir=10;

T = (t0:h:takhir);
Nt= length(T);

P = zeros (1,Nt);
P(1) = P0;

f =@(p)r*p*(1-p/K);

for i = 1:3
k1 = h*f(P(i));
k2 = h*f(P(i)+ 0.5*k1);
k3 = h*f(P(i)+ 0.5*k2);
k4 = h*f(P(i)+ k3);

P(i+1)= P(i)+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end

for i = 4: Nt-1
Ppred = P(i)+(h/24)*(...
    55*f(P(i))...
    -59*f(P(i-1))...
    +37*f(P(i-2))...s
    -9*f(P(i-3)));
P(i+1)= P(i)+(h/24)*(...
    9*f(Ppred)...
    +19*f(P(i))...
    -5*f(P(i-1))...
    +f(P(i-2)));
end
disp ('ABM SUDAH DIJALANKAN')
for i = 1:Nt
    fprintf('%6.2f  %12.2f\n',T(i),P(i));
end

figure;
plot (T,P,'r','LineWidth',2)
xlabel('Waktu')
ylabel ('Jumlah Panen')
title ('Model Verhulst dengan Metode Adam Basforth Moulton')
grid on
```